



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Propuesta de enseñanza sobre algunos conceptos básicos de la geometría espacial pasando de lo concreto a lo abstracto

Juan David Porras Vanegas

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2014

Propuesta de enseñanza sobre algunos conceptos básicos de la geometría espacial pasando de lo concreto a lo abstracto

Juan David Porras Vanegas

Trabajo final presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Magister Carlos Ernesto Cano Restrepo

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2014

Los encantos de esta ciencia sublime, las matemáticas, sólo se le revelan en toda su belleza a aquellos que tienen el coraje de profundizar en ella.

Carl Friedrich Gauss

Agradecimientos

En la realización de este trabajo, agradezco al rector Alfonso Guarín Salazar de la Institución Educativa Javiera Londoño por permitirme aplicar esta propuesta en el grado sexto, a mi director el magister Carlos Ernesto Cano Restrepo, quien es docente de esta institución, por la asesoría brindada la cual fue de gran ayuda, a mis estudiantes por participar activamente en la implementación de las diferentes actividades y a mi evaluador Grimaldo Oleas Liñan por su valioso aporte al mejoramiento de esta propuesta en su versión final.

Resumen

El siguiente trabajo corresponde a una propuesta de enseñanza sobre la geometría espacial en el grado sexto, basada en la identificación de los elementos de un poliedro correspondientes a su cantidad de vértices, aristas y caras. Dicha identificación se hace a partir de la construcción de poliedros con material concreto y desde la representación en el plano de las mismas figuras geométricas. La propuesta es aplicada al grado sexto en la institución educativa Javiera Londoño con el fin de analizar los resultados, los cuales se basan en la aplicación de una prueba diagnóstica y final que son comparadas estadísticamente, evidenciando la pertinencia de las actividades implementadas.

Palabras clave:

Propuesta de enseñanza, geometría espacial, poliedros, vértices, aristas y caras.

Abstract

The following work is related to a teaching proposal about the spatial geometry in sixth grade, based on the identification of the elements of a polyhedron corresponding to the number of vertexes, edges and sides. This identification is based on the construction of polyhedrons with concrete material and from the representation in terms of the same figures. The proposal is applied in sixth grade at La Javiera Londoño school in order to analyze the results, which are based on a diagnostic and final test which is compared statistically, demonstrating the relevance of the implemented activities.

Keywords:

Teaching proposal, spatial geometry, polyhedrons, vertexes, edges and faces.

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Lista de figuras.....	XIII
Lista de tablas	XVII
Lista de Símbolos y abreviaturas.....	XVIII
Introducción	1
1. Diseño teórico	3
1.1 Planteamiento del problema	3
1.2 Objetivo	3
1.3 Pregunta de investigación.....	4
1.4 Tareas de Investigación.....	4
2. Marco teórico.....	5
2.1 Qué plantea la ley acerca de la enseñanza de la geometría espacial: lineamientos curriculares.....	5
2.2 Referente teórico	7
2.2.1 Teoría del aprendizaje: Aprendizaje significativo.....	8
2.2.2 Unidad de enseñanza potencialmente significativa (UEPS)	12
2.2.3 Operaciones mentales	14
2.3 Referente disciplinar	19
2.3.1 Conceptos básicos de la geometría espacial	20
3. Metodología	23
3.1 Prueba diagnóstico	23
3.2 Actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos	25
3.2.1 Primera actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos	25
3.2.2 Segunda actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos	31
3.3 Actividad sobre la construcción de poliedros con material concreto.....	37
3.4 Actividad sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.....	48
3.5 Actividad sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.....	58
3.6 Actividad sobre representación de poliedros en el plano	63

3.7	Prueba final	82
4.	Resultados	85
4.1	Análisis de resultados.....	86
5.	Conclusiones y recomendaciones	91
5.1	Conclusiones.....	91
5.2	Recomendaciones.....	92
	Bibliografía	93

Lista de figuras

	Pág.
Figura 2-1: Ilustración sobre sólidos geométricos.	20
Figura 2-2: Ilustración sobre un poliedro.	21
Figura 3-1: Ilustración sobre diferentes poliedros.	25
Figura 3-2: Ilustración sobre palillos y cauchos.	26
Figura 3-3: Ilustración sobre poliedros.	27
Figura 3-4: Primera fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	28
Figura 3-5: Segunda fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	29
Figura 3-6: Tercera fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	29
Figura 3-7: Cuarta fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	30
Figura 3-8: Ilustración sobre palillos y cauchos.	31
Figura 3-9: Ilustración sobre poliedros a realizar con palillos y cauchos.	32
Figura 3-10: Quinta fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	33
Figura 3-11: Sexta fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	33
Figura 3-12: Séptima fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	34
Figura 3-13: Octava fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	34
Figura 3-14: Novena fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	35
Figura 3-15: Décima fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	36
Figura 3-16: Undécima fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	36
Figura 3-17: Ilustración sobre la primera plantilla para la construcción de poliedros con material concreto.	38
Figura 3-18: Ilustración sobre la segunda plantilla para la construcción de poliedros con material concreto.	39
Figura 3-19: Ilustración sobre la tercera plantilla para la construcción de poliedros con material concreto.	40

Figura 3-20:	Ilustración sobre la cuarta plantilla para la construcción de poliedros con material concreto.	41
Figura 3-21:	Primera fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	42
Figura 3-22:	Segunda fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	42
Figura 3-23:	Tercera fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	43
Figura 3-24:	Cuarta fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	43
Figura 3-25:	Quinta fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	44
Figura 3-26:	Sexta fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	44
Figura 3-27:	Séptima fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	45
Figura 3-28:	Octava fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	45
Figura 3-29:	Novena fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	46
Figura 3-30:	Décima fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	46
Figura 3-31:	Undécima fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	47
Figura 3-32:	Duodécima fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.	47
Figura 3-33:	Ilustración sobre poliedros elaborados en cartulina.	48
Figura 3-34:	Primera fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	49
Figura 3-35:	Segunda fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	50
Figura 3-36:	Tercera fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	50
Figura 3-37:	Cuarta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	51
Figura 3-38:	Quinta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	51
Figura 3-39:	Sexta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	52
Figura 3-40:	Séptima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	52
Figura 3-41:	Octava fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	53

Figura 3-42:	Novena fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	53
Figura 3-43:	Décima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	54
Figura 3-44:	Undécima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	54
Figura 3-45:	Duodécima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	55
Figura 3-46:	Decimotercera fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	56
Figura 3-47:	Decimocuarta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	56
Figura 3-48:	Decimoquinta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	57
Figura 3-49:	Decimosexta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	57
Figura 3-50:	Decimoséptima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.	58
Figura 3-51:	Ilustración sobre sólidos geométricos en material concreto.	59
Figura 3-52:	Primera fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.	60
Figura 3-53:	Segunda fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.	61
Figura 3-54:	Tercera fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.	61
Figura 3-55:	Cuarta fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.	62
Figura 3-56:	Quinta fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.	62
Figura 3-57:	Ilustración sobre la representación del primer poliedro en el plano.	64
Figura 3-58:	Ilustración sobre la representación del segundo poliedro en el plano.	65
Figura 3-59:	Ilustración sobre la representación del tercer poliedro en el plano.	66
Figura 3-60:	Ilustración sobre la representación del cuarto poliedro en el plano.	67
Figura 3-61:	Ilustración sobre la representación del quinto poliedro en el plano.	68
Figura 3-62:	Ilustración sobre la representación del sexto poliedro en el plano.	69
Figura 3-63:	Primera fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	70
Figura 3-64:	Segunda fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	71
Figura 3-65:	Tercera fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	72
Figura 3-66:	Cuarta fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	73
Figura 3-67:	Quinta fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	74
Figura 3-68:	Sexta fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	75
Figura 3-69:	Séptima fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	76
Figura 3-70:	Octava fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	77
Figura 3-71:	Novena fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	78

Figura 3-72:	Décima fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	79
Figura 3-73:	Undécima fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	80
Figura 3-74:	Duodécima fotografía sobre representación de poliedros en el plano.....	81
Figura 3-75:	Decimotercera fotografía sobre representación de poliedros en el plano.	82
Figura 3-76:	Ilustración sobre diferentes poliedros.	83
Figura 4-1:	Gráfico de barras para los elementos del poliedro 1.....	87
Figura 4-2:	Gráfico de barras para los elementos del poliedro 2.....	88
Figura 4-3:	Gráfico de barras para los elementos del poliedro 3.....	89

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 3-1: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la prueba diagnóstico.	24
Tabla 3-2: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras en tres poliedros diferentes.	25
Tabla 3-3: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la primera actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	28
Tabla 3-4: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la segunda actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.	32
Tabla 3-5: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la actividad sobre la construcción de poliedros con material concreto.....	38
Tabla 3-6: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la actividad sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.....	49
Tabla 3-7: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la actividad sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto..	59
Tabla 3-8: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la actividad sobre representación de poliedros en el plano.	64
Tabla 3-9: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 1.	64
Tabla 3-10: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 2...	65
Tabla 3-11: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 3...	66
Tabla 3-12: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 4...	67
Tabla 3-13: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 5...	68
Tabla 3-14: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 6...	69
Tabla 3-15: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la prueba final.	83
Tabla 3-16: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras en tres poliedros diferentes.	83
Tabla 4-1: Tabla de resultados sobre la cantidad de vértices, aristas y caras en los tres poliedros diferentes de la prueba diagnóstico.....	85
Tabla 4-2: Tabla de resultados sobre la cantidad de vértices, aristas y caras en los tres poliedros diferentes de la prueba final.	86

Lista de Símbolos y abreviaturas

Abreviaturas

Abreviatura	Término
-------------	---------

<i>PEI</i>	Proyecto Educativo Institucional
<i>TIC</i>	Tecnologías de la información y de la comunicación
<i>UEPS</i>	Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa

Introducción

La siguiente propuesta surge de la necesidad de implementar la enseñanza de la geometría espacial desde el grado sexto, en la institución educativa Javiera Londoño para la asignatura de competencia lógica, a partir de algunos conceptos básicos tales como vértices, aristas y caras, que se pueden identificar en diferentes poliedros; algunos de ellos elaborados con material concreto y otros desde algunas representaciones en el plano. La necesidad surge con el fin de poder utilizar los materiales del aula taller de matemáticas, donde se tiene, por ejemplo, diferentes poliedros y palillos con cauchos que se pueden utilizar para actividades relacionadas con la geometría espacial en el grado sexto, como también la necesidad de implementar actividades de carácter abstracto sobre identificación de elementos en los poliedros que sirven para preparar a las estudiantes en diferentes pruebas escritas.

Es importante aclarar que esta propuesta de enseñanza se basa solamente en el estudio de los elementos de un poliedro correspondiente a sus vértices, aristas y caras, ya que en éste también se puede considerar conceptos como su clasificación, el área y volumen, etc. los cuales no se abordan en este trabajo.

Como fundamento teórico se presenta un referente legal basado en lo que propone los lineamientos curriculares en cuanto a la enseñanza del pensamiento espacial y sistemas geométricos con el fin de ver la importancia de la enseñanza de la geometría espacial en la educación básica; una teoría de aprendizaje, que en este caso corresponde a la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel, donde se exponen los aspectos más relevantes complementándola con la unidad de enseñanza potencialmente significativa¹ de Marco Antonio Moreira, además se establecen unos indicadores que pueden ser evaluados dentro de una propuesta de enseñanza sobre las operaciones mentales de Hernando Gómez Rojas y que siempre acompañarán cada actividad propuesta; como también un referente disciplinar basado en la definición del concepto de poliedro y de sus elementos correspondientes a vértices, aristas y caras.

¹ El concepto de unidad de enseñanza potencialmente significativa será en adelante mencionado por la abreviatura UEPS.

En este trabajo final se establece un diseño teórico que parte del planteamiento de un problema asociado a la dificultad que tienen las estudiantes en identificar elementos de un poliedro para establecer así un objetivo asociado a unas tareas de investigación mediadas por diferentes actividades que involucran la construcción de poliedros con material concreto y la identificación de sus elementos bien sea desde lo concreto o abstracto de manera que se pueda responder la pregunta de investigación que se plantea. Para tal fin se propone una metodología que permita recoger las evidencias de las actividades a través de fotos y una prueba escrita realizada al inicio como prueba diagnóstico y a su vez como prueba final para obtener unos resultados que serán comparados estadísticamente para tratar de medir los avances obtenidos por parte de las estudiantes y realizar conclusiones que permitan una aproximación hacia la respuesta de la pregunta de investigación.

1. Diseño teórico

El presente trabajo final de maestría parte de una necesidad, que como docente he tenido de la experiencia, al tratar de enseñar los elementos de un poliedro correspondiente a sus vértices, aristas y caras, evidenciada en el siguiente planteamiento del problema:

1.1 Planteamiento del problema

En la enseñanza de la matemática y de la geometría en particular, en el grado sexto de la institución educativa Javiera Londoño, se ha identificado que la estrategia de enseñanza, basada en la identificación de los elementos de un poliedro de manera abstracta, sobre los conceptos de vértice, arista y cara, no permite encontrar un equilibrio entre lo concreto y lo abstracto. Se hace necesario entonces revisar dicha estrategia y plantear otra que posibilite ese paso conceptual.

Lo anterior se fundamenta en el hecho de que, en el aula, al presentarle a las estudiantes diferentes poliedros elaborados en material concreto con el fin de identificar sus elementos, los resultados obtenidos difieren mucho del mismo análisis que se puede hacer si las mismas figuras geométricas se presentan en el plano, de una manera más limitada. A partir de esta necesidad se establece el siguiente objetivo.

1.2 Objetivo

Implementar una UEPS con actividades que permitan identificar elementos de un poliedro pasando de lo concreto a lo abstracto.

El anterior objetivo se plantea con el fin de responder la siguiente pregunta de investigación que está asociada al paso conceptual que existe desde lo concreto a lo abstracto en la enseñanza de los elementos de un poliedro.

1.3 Pregunta de investigación

¿Cómo implementar una estrategia de enseñanza sobre la identificación de los elementos de un poliedro en el grado sexto, de la Institución Educativa Javiera Londoño de la ciudad de Medellín, que facilite un paso de lo concreto a lo abstracto?

Para responder esta pregunta se establecen unas tareas muy concretas, de las cuales se tendrá evidencia de cada una de ellas, puesto que se anexará el formato de cada actividad, en la metodología, con fotos que indican su aplicación en el aula, así como también la estadística correspondiente a las pruebas mencionadas. De acuerdo con esto, se presenta entonces las siguientes tareas de investigación.

1.4 Tareas de Investigación

- Realizar una indagación conceptual mediante una prueba escrita, al inicio y final de la propuesta de enseñanza, acerca de los conocimientos que tienen las estudiantes respecto a los elementos de los poliedros correspondientes a sus vértices, aristas y caras.
- Diseñar y desarrollar en el aula, actividades asociadas a la elaboración de poliedros con material concreto.
- Diseñar y desarrollar en el aula, actividades que permitan identificar los elementos de un poliedro elaborado con material concreto.
- Proponer una actividad que facilite la abstracción y el aprendizaje en la identificación de los elementos de diferentes poliedros cuando se tiene representaciones en el plano de ellos.
- Realizar un análisis comparativo estadísticamente que permita identificar los avances en las estudiantes respecto a la propuesta implementada a partir de las indagaciones conceptuales que se realizaran al inicio y final de la misma.

2.Marco teórico

En lo que respecta a las teorías que soportarán, justificarán y argumentarán esta propuesta de enseñanza se tendrán tres referentes asociados a la parte legal, con los lineamientos curriculares, la parte teórica con el aprendizaje significativo como también una UEPS y las operaciones mentales, finalizando con la parte disciplinar que comprende los conceptos básicos de la geometría espacial. A continuación se expone cada uno de estos referentes.

2.1 Qué plantea la ley acerca de la enseñanza de la geometría espacial: lineamientos curriculares

Como un referente legal para los docentes de educación básica y media, los lineamientos curriculares han sido producto de una construcción colectiva realizada por personas con suficientes criterios para determinar en gran parte lo que constituye a cada proyecto educativo institucional² en el área de matemáticas.

De esta manera los lineamientos proponen unos referentes curriculares que orientan la enseñanza de la matemática bajo un enfoque de sistemas que potencializa a los estudiantes de acuerdo con lo siguiente:

“El enfoque de estos lineamientos está orientado a la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de competencias que les permitan afrontar los retos actuales como son la complejidad de la vida y del trabajo, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre y el tratamiento de la cultura para conseguir una vida sana”³.

² Concepto también conocido como PEI en las instituciones educativas.

³ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Serie lineamientos curriculares Matemáticas [en línea]. <http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf>[citado en abril 12 de 2013]. p. 7

Esto indica que no sólo se busca una formación académica sino una formación integral, propia de cada PEI. Además se plantea una estructura curricular basada en unos conocimientos básicos referentes a los diferentes pensamientos, entre los cuales se encuentra el pensamiento espacial y sistemas geométricos. En éste se resalta la importancia que tiene la enseñanza de la geometría intuitiva, visto como un sentido espacial intuitivo, ya que con la adopción de la matemática moderna se había abandonado este campo de la enseñanza. En los lineamientos curriculares se justifica desde la teoría de Howard Gardner⁴, sobre las inteligencias múltiples, que existe una inteligencia espacial muy importante para el pensamiento científico y la formación en ciertas profesiones tales como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación, y otras disciplinas como la física, química y matemáticas.

Dado la importancia que tiene la enseñanza de la geometría espacial para la formación de las personas, los lineamientos plantean lo siguiente:

“En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales”⁵

Esto significa que los sistemas geométricos permiten representar mentalmente los objetos espaciales, y en particular sus elementos, y establecer relaciones bien sea desde lo concreto o abstracto. Además se sugiere que para lograr un dominio espacial es importante el enfoque de geometría activa que parte de la individualidad del estudiante y su confrontación con el mundo dando prioridad a la contemplación de figuras. Se establece además que al tener contacto con figuras espaciales se pueden apreciar mejor los conceptos básicos de la geometría espacial que cualquier definición y se argumenta

⁴ Ibid., p. 37

⁵ Ibid., p. 37

que el desarrollo del pensamiento geométrico sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales por lo que se propone la teoría del modelo de Van Hiele soportada por cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que indican el desarrollo del pensamiento geométrico⁶.

Si bien en esta propuesta de enseñanza no se optará por las teorías de Van Hiele o Howard Gardner es importante resaltar que en los lineamientos curriculares se hace referencia a ellas como fundamento del pensamiento espacial y los sistemas geométricos.

Esta propuesta de enseñanza se enfocará en la representación bidimensional del espacio tridimensional a lo cual los lineamientos curriculares también hacen referencia citando a los autores Lappan y Winter con el siguiente argumento:

“A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. A no dudar, tal uso de “dibujos” de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión”⁷

Es por esto que los lineamientos curriculares respecto a la enseñanza de la geometría espacial es un referente legal que sirve como antecedente para esta propuesta de enseñanza que se enfocará además en el siguiente referente teórico.

2.2 Referente teórico

Como referente teórico la siguiente propuesta de enseñanza se sustentará en la teoría del aprendizaje significativo que servirá como modelo a seguir, teniendo en cuenta principalmente la construcción de una UEPS que permita orientar las diferentes actividades de la propuesta hacia este tipo de aprendizaje. Además teniendo en cuenta que se desea elaborar una propuesta de enseñanza sobre conceptos de la geometría

⁶ Ibid., p. 38

⁷ Ibid., p. 39

espacial se tendrá también como referente teórico las operaciones mentales enmarcadas en unos indicadores que pueden ser medidos y por ende evaluados, de tal forma que al ejecutar un actividad de la propuesta se pueda evidenciar lo que se pretende enseñar.

A continuación se presenta el referente teórico correspondiente a la teoría del aprendizaje significativo.

2.2.1 Teoría del aprendizaje: Aprendizaje significativo

Para sustentar esta propuesta en una teoría de aprendizaje, se ha optado por la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel. Se tratará los aspectos más relevantes que permiten identificar en qué consiste y qué aportes ofrece a una propuesta de enseñanza.

David Ausubel es un psicólogo y pedagogo estadounidense que propuso la teoría del aprendizaje significativo como un referente de enseñanza y aprendizaje donde principalmente destaca lo siguiente: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, diría lo siguiente: el factor aislado más importante que influye en el aprendizaje, es aquello que el aprendiz ya sabe. Averígüese esto y enséñese de acuerdo con ello"⁸.

En la anterior afirmación Ausubel plantea tres aspectos, el primero trata sobre lo que sabe el estudiante refiriéndose a la estructura cognitiva que se entiende como el contenido total y la organización de sus ideas, luego dice "*Averígüese esto*", refiriéndose a desvelar la estructura cognitiva preexistente, es decir, averiguar los conceptos, ideas y proposiciones disponibles en la mente del estudiante, finalmente plantea "*enséñese de acuerdo con ello*" donde se refiere a identificar los conceptos organizadores básicos de lo que se va a enseñar, utilizando recursos y principios que faciliten el aprendizaje de manera significativa, como bien lo plantea, Marco Antonio Moreira en su libro sobre aprendizaje significativo.

⁸ MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizaje significativo: teoría y práctica. Madrid: Editorial Aprendizaje Visor, 2000. p. 9

Ausubel⁹, en su teoría habla de aprendizaje significativo, aprendizaje mecánico, aprendizaje por descubrimiento y aprendizaje por recepción que consiste, cada uno, en lo siguiente:

- **Aprendizaje significativo:** él lo plantea como un proceso donde una misma información se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no literal) con algo de la estructura cognitiva de una persona. En este proceso hay una interacción de la nueva información o conocimiento con un concepto que llama subsumidor el cual plantea como un concepto, idea o proposición ya existente en la estructura cognitiva de la persona sirviendo de anclaje para la nueva información mediante este tipo de aprendizaje. En resumen el aprendizaje significativo se da cuando una nueva información se ancla con unos conceptos o subsumidores que están previamente en la persona.
- **Aprendizaje mecánico:** es un aprendizaje que se contrapone al aprendizaje significativo puesto que en éste la nueva información no interactúa con los conceptos ya existentes en la estructura cognitiva de una persona, almacenándose de manera arbitraria y literal.
- **Aprendizaje por descubrimiento:** en este tipo de aprendizaje el objeto de aprendizaje debe ser descubierto por la persona. De tal manera que puede ser significativo si se establece relaciones con conceptos subsumidores que ya existan en la estructura cognitiva.
- **Aprendizaje por recepción:** en este aprendizaje lo que se debe aprender se presenta en su forma final.

De estos tipos de aprendizajes se debe tener presente que “el aprendizaje por descubrimiento no es, necesariamente, significativo ni el aprendizaje por recepción es, obligatoriamente, mecánico”¹⁰

En su teoría David Ausubel¹¹ plantea dos condiciones para que ocurra aprendizaje significativo que se enuncian de la siguiente manera:

- Que el material que va a ser aprendido sea relacionable a la estructura cognitiva del aprendiz, de manera no arbitraria y no literal.

⁹ Ibid., p. 9-38

¹⁰ Ibid., p. 13

¹¹ Ibid., p. 9-38

Plantea además que un material con esta característica es potencialmente significativo.

- Que el aprendiz manifieste una disposición para relacionar el nuevo material con su estructura cognitiva.

En la teoría del aprendizaje significativo se menciona el concepto de subsumidores el cual proviene de manera idiosincrática en cada persona y que en el caso de no existir se recurre al aprendizaje mecánico de tal manera que se puedan generar y volverse más elaborados. Además Ausubel¹² propone un concepto llamado organizadores previos, que son materiales introductorios, que se presentan antes del material que se va a enseñar y en consecuencia aprendido con un nivel más alto de abstracción y que sirven de anclaje para el nuevo conocimiento. También se dice que los organizadores previos llenan las lagunas que hay en lo que el alumno sabe y lo que va aprender de manera que se genere un aprendizaje significativo.

Ausubel¹³ propone además tres tipos de aprendizajes significativos que se definen a continuación:

- **Aprendizaje representacional:** es el que supone la atribución de significados a determinados símbolos. Este aprendizaje se refiere básicamente a la equivalencia en significado entre un símbolo y un referente, convirtiéndose en el más básico de los aprendizajes significativos.
- **Aprendizaje de conceptos:** es una forma de aprendizaje representacional entendiendo los conceptos como objetos, eventos, situaciones o propiedades donde la equivalencia se hace entre el símbolo y los atributos comunes a varios ejemplos del referente.
- **Aprendizaje proposicional:** se contrapone al aprendizaje representacional donde se busca aprender el significado de ideas en forma de proposición.

En la teoría del aprendizaje significativo Ausubel¹⁴ menciona un principio importante llamado asimilación que surge de la interacción entre el conocimiento existente y el material que se va a aprender puesto que en los nuevos y antiguos significados que

¹² Ibid., p. 9-38

¹³ Ibid., p. 9-38

¹⁴ Ibid., p. 9-38

hacen parte de la estructura cognitiva existe esta asimilación. De hecho el concepto de asimilación permite facilitar la retención.

Existen también otros tipos de aprendizaje los cuales propone bajo los nombres de aprendizaje subordinado, aprendizaje superordenado y aprendizaje combinatorio que consisten en lo siguiente:

- **Aprendizaje subordinado:** plantea que la estructura cognitiva tiende a una organización jerárquica presentando una subordinación del nuevo conocimiento que ha interactuado con los subsumidores. Este proceso es llamado subsunción y se presenta en el aprendizaje de conceptos y el proposicional porque implican la subsunción de conceptos y proposiciones potencialmente significativos bajo ideas más generales ya existentes en la estructura cognitiva.

De este tipo de aprendizaje también se derivan otros dos llamados aprendizaje subordinado derivativo y aprendizaje subordinado correlativo que consisten en:

- **Aprendizaje subordinado derivativo:** es el que se produce cuando el material aprendido se entiende como un ejemplo específico de un concepto que ya estaba establecido en la estructura cognitiva de la persona.
- **Aprendizaje subordinado correlativo:** en este tipo de aprendizaje subordinado el nuevo material se aprende como una extensión, elaboración, modificación o calificación de los conceptos o proposiciones que se habían aprendido anteriormente.
- **Aprendizaje superordenado:** a diferencia del aprendizaje subordinado se da cuando una proposición o concepto potencialmente significativo siendo más general que otros conceptos, que se encuentran en la estructura cognitiva, se adquiere a partir de éstos y pasan a ser asimilados.
- **Aprendizaje combinatorio:** en este aprendizaje las proposiciones y conceptos no tienen una relación de subordinación o superordenación con otros pero si con un contenido amplio que existe en la estructura cognitiva de la persona. Significa también que la nueva proposición no puede ser asimilada por otras que están establecidas ni tampoco es capaz de asimilarlas.

David Ausubel¹⁵ plantea también que cuando algo se aprende por subordinación, bien sea una proposición o concepto, una o más veces se genera una **diferenciación progresiva** del concepto subsumidor, mientras que en el aprendizaje superordenado o en el combinatorio, ideas que estaban establecidas en la estructura cognitiva pueden reconocerse como ideas relacionadas de tal manera que una nueva información y elementos que ya existen en la estructura cognitiva se pueden organizar adquiriendo nuevos significados dando origen al concepto de **reconciliación integradora**.

Para llevar a cabo la propuesta de enseñanza es importante remarcar que se realizará bajo el concepto de UEPS, la cual plantea Marco Antonio Moreira¹⁶, indicando los pasos para su realización.

2.2.2 Unidad de enseñanza potencialmente significativa (UEPS)

Una UEPS se define como una unidad de enseñanza potencialmente significativa, la cual es una unidad que facilita un aprendizaje bajo la teoría de David Ausubel y que Marco Antonio Moreira plantea en su documento¹⁷, que lleva el mismo nombre de UEPS, a partir de unos pasos secuenciales que se exponen a continuación:

- 1) Definir el tema específico que será abordado.
- 2) Crear o proponer situaciones tales como un cuestionario, situación problema, discusión, etc. que lleven al estudiante a exteriorizar sus conocimientos previos.
- 3) Proponer situaciones-problema de manera introductoria teniendo en cuenta el conocimiento previo del estudiante preparando el terreno del conocimiento que se desea enseñar. Estas situaciones pueden actuar como organizador previo y se pueden proponer a través de simulaciones computacionales, demostraciones, videos, problemas del cotidiano, etc. pero de modo accesible y problemático no como un ejercicio o algoritmo.
- 4) Presentar el conocimiento que debe ser enseñado, y por ende aprendido significativamente, teniendo en cuenta la diferenciación progresiva donde se empiece con aspectos más generales pero luego realizando ejemplos abordando aspectos específicos. Para este paso se puede realizar una exposición del tema seguida de una

¹⁵ Ibid., p. 9-38

¹⁶ MOREIRA, Marco Antonio. Unidades de enseñanza potencialmente significativas-UEPS [en línea]. < <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/UEPSesp.pdf> > [citado en marzo 21 de 2013]

¹⁷ Ibid., p. 1-22

actividad colaborativa en pequeños grupos que finalmente pueda ser presentada o sometida a discusión en el grupo.

5) Se retoman los aspectos más generales del tema en una nueva presentación con un nivel más alto de complejidad con relación a la primera. Las situaciones problema deben ser más complejas, se deben dar nuevos ejemplos, destacar semejanzas y diferencias con relación a las situaciones y ejemplos ya trabajados, promoviendo la reconciliación integradora, luego se debe proponer otra actividad colaborativa donde los alumnos interactúen, negociando significados con el docente como mediador. Esta actividad puede ser la resolución de problemas, la construcción de un mapa conceptual o un diagrama V, un experimento de laboratorio, un proyecto, etc. pero sin olvidar la negociación de significados y la mediación docente.

6) Para concluir la unidad se da continuidad al proceso de diferenciación progresiva retomando las características más importantes del tema buscando la reconciliación integradora, este paso se puede realizar mediante una nueva presentación de los significados que puede ser mediante una exposición, lectura, recurso computacional, audiovisual, etc. resaltando que lo importante no es la estrategia sino el modo de trabajar el tema de la unidad, después se debe proponer nuevas situaciones-problema más complejas las cuales se deben resolver en pequeños grupos y presentarlas o discutir las en el grupo mediante la mediación del docente.

7) La evaluación del aprendizaje en la UEPS se debe realizar durante toda la implementación de la misma registrando lo que pueda ser evidencia del aprendizaje significativo, se propone además una evaluación sumativa después del sexto paso proponiendo situaciones que impliquen una comprensión del tema.

8) En este último paso, se considera exitosa la UEPS si la evaluación de desempeño de los alumnos permite tener evidencias de aprendizaje significativo como por ejemplo la captación de significados, comprensión, capacidad de explicar y aplicar el conocimiento para resolver situaciones-problema.

Aspectos transversales de la UEPS:

- En todos los pasos, los materiales y estrategias de enseñanza deben ser diversificados, se debe privilegiar el cuestionamiento con relación a respuestas memorizadas y se debe estimular el diálogo y la crítica.
- Como tarea de aprendizaje se le puede plantear a los estudiantes que propongan situaciones-problema referentes al tema.
- Aunque en la UEPS se deba privilegiar las actividades colaborativas se puede plantear actividades individuales.

La presente propuesta de enseñanza no presentará rigurosamente los anteriores pasos descritos, pero si los más relevantes, ya que los conceptos abordados, sobre los elementos de un poliedro, se proponen más desde la observación, identificación y análisis para lo cual es difícil el planteamiento de situaciones problema, por ejemplo. Por esto no se aplicará exactamente los pasos 3) y 5) como se describen en la UEPS.

Ya que en esta propuesta de enseñanza se tratará de construir una UEPS a partir de diferentes actividades, las cuales deben tener una intencionalidad, cada una de ellas se evaluarán a partir de ciertos indicadores basados en las operaciones mentales que se exponen a continuación.

2.2.3 Operaciones mentales

En la propuesta de enseñanza que se desea plantear se involucra el concepto de operaciones mentales las cuales se definen de la siguiente manera: “Son las estrategias que emplea el sujeto para manipular, organizar, transformar, representar y reproducir nueva información.”¹⁸

En esta definición se plantea que la información se representa mentalmente a través de estructuras cognitivas, en las cuales puede intervenir el aprendizaje significativo. De esta manera las operaciones mentales son también un conjunto de acciones que se unen de manera coherente dando como resultado la estructura mental de la persona y se van construyendo poco a poco donde se pasa de lo más elemental a lo complejo y abstracto.

Las operaciones mentales, como lo plantea Hernando Gómez Rojas¹⁹ en su libro: cómo evaluar operaciones mentales, se basan en unos indicadores de logros que pueden ser evaluados, en este caso, mediante la construcción de una UEPS. A continuación se enuncian las diferentes operaciones mentales y sus respectivos indicadores:

1) IDENTIFICACIÓN: Identificar es reconocer una realidad por sus características, bien puede ser en forma real o virtual.

¹⁸ GÓMEZ ROJAS, Hernando. Cómo evaluar operaciones mentales. Santafé de Bogotá: Editorial Serie Pedagógica, 1998. p. 22

¹⁹ Ibid., 241 p.

Indicadores de logros:

- Obtiene información de las observaciones a través de los sentidos.
- Transforma imágenes o representaciones de aquello que ha pasado en contacto con el objeto concreto o abstracto.
- Da significado a la observación produciendo independencia del sujeto frente al objeto pero conservando las ideas que lo representan.
- Estimula la relación en las características de los objetos o entre las relaciones que observa.

2) DIFERENCIACIÓN: La diferenciación es reconocer algo por sus características, distinguiendo las que son esenciales de las irrelevantes en cada situación de la que dependen.

Indicadores de logros:

- Comprende el concepto de variable y lo utiliza para identificar y descubrir diferencias.
- Reconoce características específicas en qué difieren dos o más objetos y situaciones.
- Observa o describe objetos o situaciones por sus características.

3) REPRESENTACIÓN MENTAL: Es la interiorización de las características de un objeto de conocimiento, sea este concreto o abstracto. No es fotografía del objeto sino representación de los rasgos esenciales que permitan definirlo como tal.

Indicadores de logros:

- Reconoce el todo en sus partes de acuerdo con metas específicas utilizando estrategias de articulación y diferenciación.
- Maneja la conceptualización para lograr la abstracción trabajando con objetos o situaciones concretas.
- Desarrolla la habilidad para definir conceptos que eleven al nivel de abstracción y representación de objetos mediante imágenes.

4) TRANSFORMACIÓN MENTAL: Actividad cognitiva por la cual podemos modificar o combinar características de un objeto o de varios para producir representaciones de mayor grado de abstracción o de complejidad.

Indicadores de logros:

- Comprende el proceso y trascendencia que produce la transformación mental que le permita visualizar las consecuencias de cambios provocados.

5) COMPARACIÓN: Es un proceso básico que constituye el paso previo para establecer relaciones entre pares de características de objetos o situaciones.

Indicadores de logros:

- Adecúa la percepción de objeto al ser comprobados.
- Estudia las características de semejanzas y diferencias.
- Establece las diferencias existentes entre los procesos de comparación y la relación de los mismos.

6) CLASIFICACIÓN: Es el acto mental que permite a partir de categorías, reunir grupos de elementos de acuerdo a atributos definitorios.

Indicadores de logros:

- Facilita la comprensión de los hechos y fenómenos que ocurren alrededor de las personas y que permiten predecir características de eventos, objetos o situaciones a partir de clasificaciones por categorías.
- Identifica las características esenciales de un concepto para su clasificación por categorías.
- Clasifica jerárquicamente para desarrollar procesos de alto nivel cognitivo.

7) CODIFICACIÓN: Es el establecimiento de símbolos o interpretación de símbolos, que permite dar amplitud a los términos, evitando la ambigüedad así aumenta su abstracción.

Indicadores de logros:

- Representa palabras a través de signos o diagramas.
- Logra conceptualizaciones a través de definiciones.
- Logra los significantes a través de los significados.

8) DESCODIFICACIÓN: Capacidad para decidir cómo traducir las instrucciones verbales a actos motores, y descifrar algún mensaje o símbolo.

Indicadores de logros:

- Interpreta signos o diagramas por medio de palabras.
- Está en capacidad de elaborar definiciones.
- Logra los significados a través de los significantes.
- Identifica conceptos o términos a través de códigos valiéndose de la definición de la memoria.

9) PROYECCIÓN DE RELACIONES VIRTUALES: Percepción de estímulos externos en forma de unidades organizadas que luego se proyectan ante estímulos semejantes.

Indicadores de logros:

- Ve y establece relaciones que existan potencialmente pero no en la realidad.
- Reestructura y configura relaciones ante situaciones nuevas.

- Proyecta Imágenes que previamente se habían percibido como estímulos.
- Transporta figuras, modelos a diferentes situaciones, generalmente en forma visual.

10) ANÁLISIS: Es una forma de pensar acerca de un mismo conjunto de procesos racionales, es decir, de percibir la realidad. Es un proceso que implica la separación de un todo de sus partes, teniendo en cuenta sus cualidades, funciones, usos, relaciones, estructuras y operaciones. Es la capacidad para separar situaciones complejas en patrones reconocibles.

Indicadores de logros:

- Descompone un todo en sus partes tomando en cuenta un criterio previamente establecido.
- Analiza partes, funciones y usos de objetos o eventos.
- Analiza cualidades, operaciones y estructuras de objetos, sucesos o eventos.
- Identifica los tipos de relaciones posibles entre objetos o eventos.

11) SÍNTESIS: Forma de percibir la realidad que permite a través de un proceso integrar para formar un todo significativo. La síntesis se complementa con el análisis y viceversa. Es el proceso que permite integrar elementos, relaciones, propiedades o partes para formar entidades o totalidades nuevas y significativas. Tiene características particulares en donde interviene el punto de vista de la persona que la hace.

Indicadores de logros:

- Extrae relación relevante a través de un proceso que permite la formulación de conclusiones.
- Identifica y resume información relevante de una información.

12) INFERENCIA LÓGICA: Es la capacidad para realizar deducciones y crear nuevas informaciones a partir de los datos percibidos.

Indicadores de logros:

- Resuelve tareas cuando se da la información directamente.
- Establece relaciones adecuadas para resolver tareas en las que no se da toda la información.
- Llega a conclusiones a través de la proyección e interpretación de relaciones entre miembros de las premisas.

13) RAZONAMIENTO ANALÓGICO: Es equivalente a la proposicional. Es la operación por la cual, dado tres términos de una proposición, se determina el cuarto por deducción de las semejanzas.

Indicadores de logros:

- Desarrolla reglas, ideas o conceptos generales a partir de ejemplos específicos.
- Descubre y justifica relaciones analógicas entre palabras y entre diseños visuales abstractos.

14) RAZONAMIENTO HIPÓTETICO: Es la capacidad mental de realizar inferencias y predicción de hechos a partir de los ya conocidos y de las leyes que lo relacionan.

Indicadores de logros:

- Comprende el concepto de hipótesis.
- Aplica un procedimiento para plantear y verificar hipótesis.
- Reconoce la importancia de los ejemplos y contraejemplos para verificar la hipótesis.
- Plantea y replantea hipótesis.
- Diseña experimentos para verificar hipótesis.
- Identifica las características esenciales del objeto y situación de hipótesis.

15) RAZONAMIENTO TRANSITIVO: Consiste en ordenar, comparar y transcribir una relación hasta llegar a una conclusión.

Indicadores de logros:

- Utiliza informaciones para realizar comparaciones que deben ir más allá de las relaciones comunes.
- Amplía su campo mental para seleccionar la información relevante y apropiada para solucionar problemas.
- Establece deducciones y saca conclusiones sobre las deducciones.
- Establece relaciones de dos eventos iniciales con respecto a un tercer evento.

16) RAZONAMIENTO SILOGÍSTICO: Es la operación mental que permite llegar a conclusiones a través de la proyección e interpretación de relaciones entre premisas.

Indicadores de logros:

- Establece semejanzas entre características comunes de un objeto, sujeto o situación.
- Concluye como producto de relación entre premisas, juicios, proposiciones, situaciones y fenómenos.

17) PENSAMIENTO DIVERGENTE-CONVERGENTE: Es una actividad cognitiva que permite establecer nuevos parámetros a través de los cuales se pueden detectar diferencias entre similares.

Indicadores de logros:

- Anticipa problemas que se puedan generar de una situación o fenómeno.

- Emite soluciones relevantes y creativas en diferentes problemas.
- Elabora propuestas definitivas que permitan el desarrollo de la creatividad y el talento alrededor de determinados tópicos.
- Desarrolla el espíritu investigativo.

18) **CONCEPTUALIZACIÓN:** Es una operación mental que a manera de ente abstracto, bajo una denominación, agrupa objetos, eventos o situaciones con características comunes o esenciales, denominadas propiedades definitorias. Dichas características hacen que un objeto, evento o situación pertenezca a la categoría o clase que lo define.

Indicadores de logros:

- Reconoce elementos ubicados en categorías incorrectas.
- Elabora predicciones.
- Organiza ideas.
- Identifica las características esenciales de un conjunto para definirlo.
- Realiza procesos e inventos ubicando un elemento para sus características.
- Define un concepto mediante características.

Las anteriores operaciones mentales, que han sido tomadas textualmente del libro mencionado anteriormente, con sus respectivos indicadores de logros, sirven para plantear las diferentes actividades de la UEPS con una finalidad que permita además de obtener un aprendizaje significativo, por parte del estudiante, una evaluación de las mismas al momento de ejecutarlas. Por eso en cada actividad de la UEPS se enunciará las operaciones mentales que intervienen y los indicadores de logros que pueden ser evaluados.

Realmente de las operaciones mentales expuestas se evaluarán en las diferentes actividades las correspondientes a la identificación, la diferenciación, la representación mental y el análisis, ya que se relacionan principalmente con los conceptos abordados.

Expuesto el referente teórico que sustentará esta propuesta de enseñanza es importante precisar los conceptos que hacen parte del conocimiento disciplinar de la siguiente manera.

2.3 Referente disciplinar

Como referente disciplinar se definirán los conceptos básicos de la geometría espacial correspondientes a los poliedros y sus elementos de vértices, aristas y caras, que bien se pueden impartir en el grado sexto de una manera simple y que da la posibilidad, en los

próximos grados, de abordar otros conceptos como el área y volumen que también se pueden aplicar a un poliedro por ejemplo. De esta manera se aborda el siguiente referente sobre la geometría espacial.

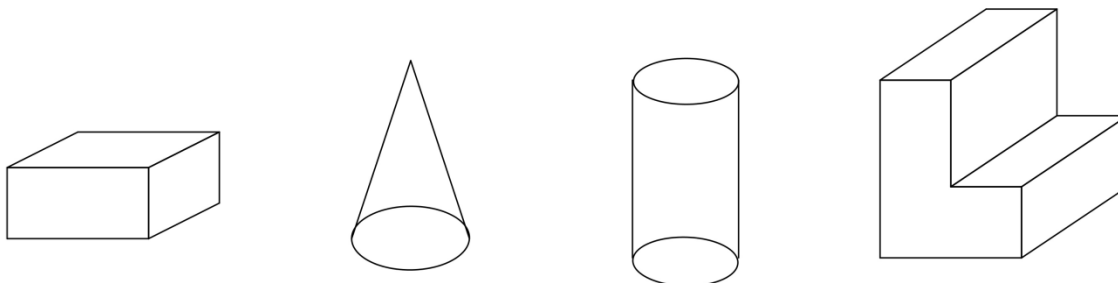
2.3.1 Conceptos básicos de la geometría espacial

En esta propuesta de enseñanza de la geometría espacial para el grado sexto, se definen los siguientes conceptos:

- **Sólido geométrico²⁰**: un sólido es un cuerpo geométrico limitado por superficies planas o curvas.

La Figura 2-1 ilustra algunos ejemplos de sólidos geométricos:

Figura 2-1: Ilustración sobre sólidos geométricos.



De los sólidos geométricos se destaca el que será objeto de estudio en esta propuesta, es decir, el poliedro, que se define así:

- **Poliedro²¹**: es un sólido geométrico limitado por superficies planas.

²⁰ GÓMEZ GÓMEZ, Nilbia *et al.* Misión Matemática 7º: Serie de Matemáticas. Santafé de Bogotá: Educar Editores, 2009. p. 152

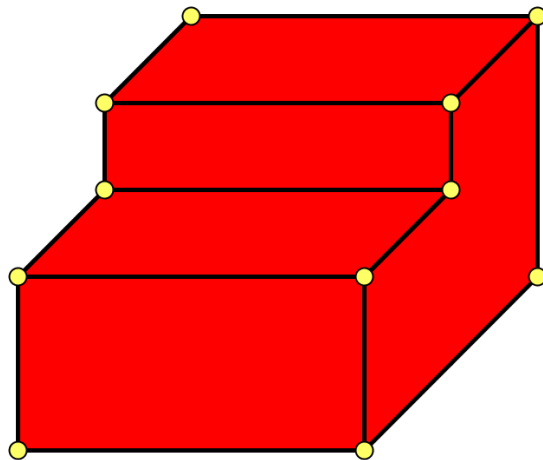
Los poliedros además están compuestos de los siguientes elementos básicos que serán constantemente analizados en las diferentes actividades de la propuesta.

Elementos básicos de un poliedro:

- **Cara**²²: es una de las superficies planas que conforma un poliedro.
- **Arista**²³: es la línea que separa una cara de otra en un poliedro.
- **Vértice**²⁴: es un punto donde concurre tres o más aristas.

En la Figura 2-2 se aprecia un poliedro en particular identificando cada uno de sus elementos:

Figura 2-2: Ilustración sobre un poliedro.



Elementos de un poliedro:

Caras: superficies rojas

Aristas: líneas negras

Vértices: puntos amarillos

²¹ BAQUERO GUEVARA, Diana Carolina *et al.* Fórmula: Aritmética y geometría 7°. Santafé de Bogotá: Editorial Voluntad, 2009. p. 149

²² CHIZNER RAMOS, Johann Alexander *et al.* Hipertexto: Matemáticas 7°. Santafé de Bogotá: Editorial Santillana, 2010. p. 173

²³ Ibid., p. 173

²⁴ Ibid., p. 173

En los poliedros se puede establecer una clasificación de acuerdo a unas características que diferencian a cada uno de ellos, sin embargo en esta propuesta sólo se tendrá consideración los elementos básicos de caras, aristas y vértices, planteando actividades donde éstos se puedan identificar y calcular.

3. Metodología

La metodología de la propuesta de enseñanza se basa en unas actividades que se presentan a continuación, donde se indica el por qué se diseñaron y aplicaron en el aula con el fin de lograr el objetivo y responder a la pregunta de investigación. En cada actividad se anexa el formato que se utilizó con las estudiantes del grado sexto en la Institución Educativa Javiera Londoño acompañadas de sus respectivas fotos que evidencian su aplicación, a excepción de la prueba diagnóstico y final.

3.1 Prueba diagnóstico

En esta prueba se propuso una representación en el plano de tres poliedros diferentes para que las estudiantes identificaran en ellos, de manera abstracta, la cantidad de vértices, aristas y caras para cada poliedro, los cuales fueron enumerados consecutivamente a medida que se presentaban en la prueba.

Cada representación de los poliedros en el plano tenía un grado de dificultad diferente, basado en el siguiente criterio:

- **En el poliedro 1:** se presentaba una perspectiva de la figura con líneas negras para las aristas del poliedro en la parte frontal de su representación en el plano y con líneas punteadas la parte que debían abstraer.
- **En el poliedro 2:** se presentaba solamente una perspectiva de la figura y se debía abstraer lo demás.
- **En el poliedro 3:** se presentaba no sólo una perspectiva de la figura sino que en cada cara de su representación en el plano había otras líneas que se podían confundir con el concepto de arista, generando ciertos puntos y formas de cuadrados que la estudiante podía confundir con vértices y caras respectivamente.

Cada representación en el plano de los diferentes poliedros tenían estos grados de dificultad para identificar en cuáles representaciones tenían más dificultades al momento de realizar un ejercicio de abstracción y que tan claro tenían los conceptos de vértice, arista y cara cuando se identifican en un poliedro.

A manera de aclaración, es importante mencionar que antes de abordar la prueba, a las estudiantes se les definió previamente el concepto de poliedro y de sus elementos de vértices, aristas y caras.

Esta prueba escrita se aplicó a 228 estudiantes, escogidas aleatoriamente, de los diferentes grupos de sexto, que en esta institución son once, siendo una muestra del 50% aproximadamente. No se aplicó a la totalidad de la población porque en algunos grupos faltaron estudiantes el día de la prueba y porque al aplicarse nuevamente otro día no se garantizaba los resultados esperados puesto que las demás estudiantes la habrían presentado conociendo posiblemente las respuestas correctas.

El formato de la prueba fue el siguiente:

Prueba diagnóstico

En la siguiente prueba diagnóstico se presentan tres representaciones en el plano de diferentes poliedros, en los cuales se pide identificar sus elementos, tales como vértices, aristas y caras, a partir de un análisis.

Los indicadores de logro a evaluar con su respectiva operación mental son:

Tabla 3-1: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la prueba diagnóstico.

Indicador de logro	Operación mental
Obtiene información de las observaciones a través de los sentidos.	Identificación
Descompone un todo en sus partes tomando en cuenta un criterio previamente establecido.	Análisis

A partir de la representación en un plano de los siguientes poliedros, determine la cantidad de vértices, aristas y caras respectivamente registrando los datos en la Tabla 3-2

Figura 3-1: Ilustración sobre diferentes poliedros.

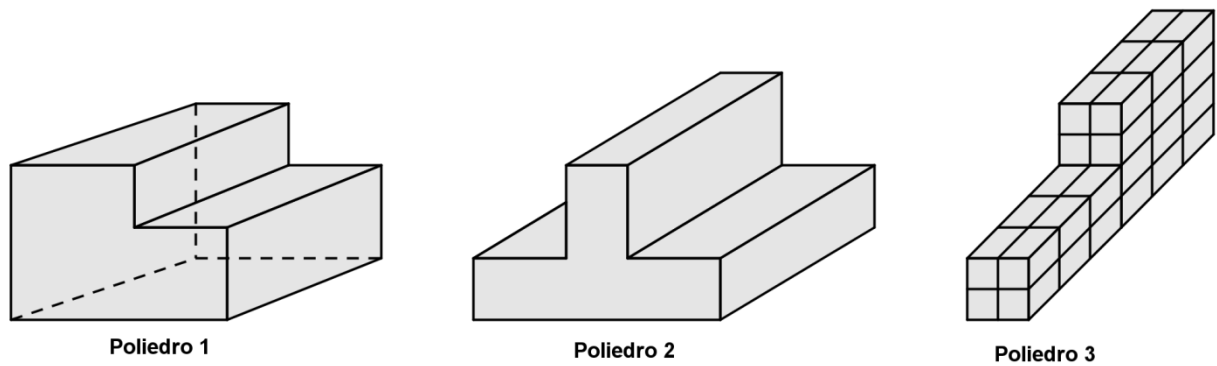


Tabla 3-2: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras en tres poliedros diferentes.

	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 1			
Poliedro 2			
Poliedro 3			

3.2 Actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos

Esta actividad consistía en construir unos poliedros previamente establecidos con un material didáctico compuesto por palillos y cauchos. En este material los cauchos tienen por su borde unos huecos redondos para encajar los palillos y así construir diferentes poliedros.

La actividad se dividió en dos partes que se presentan a continuación:

3.2.1 Primera actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos

Esta primera actividad se basó en la construcción de ciertos poliedros, entre los cuales se propuso construir un cubo (hexaedro regular), una pirámide de base cuadrada, un tetraedro o pirámide triangular y un octaedro. La actividad se planteó con el fin de que las

estudiantes construyeran poliedros con material concreto para después identificar en ellos sus elementos de vértices, aristas y caras.

Es importante mencionar que con este material compuesto de palillos y cauchos es muy fácil identificar vértices, aristas y caras; puesto que los palillos representan las aristas, los cauchos los vértices y los huecos del poliedro las caras.

El formato utilizado para esta actividad fue el siguiente:

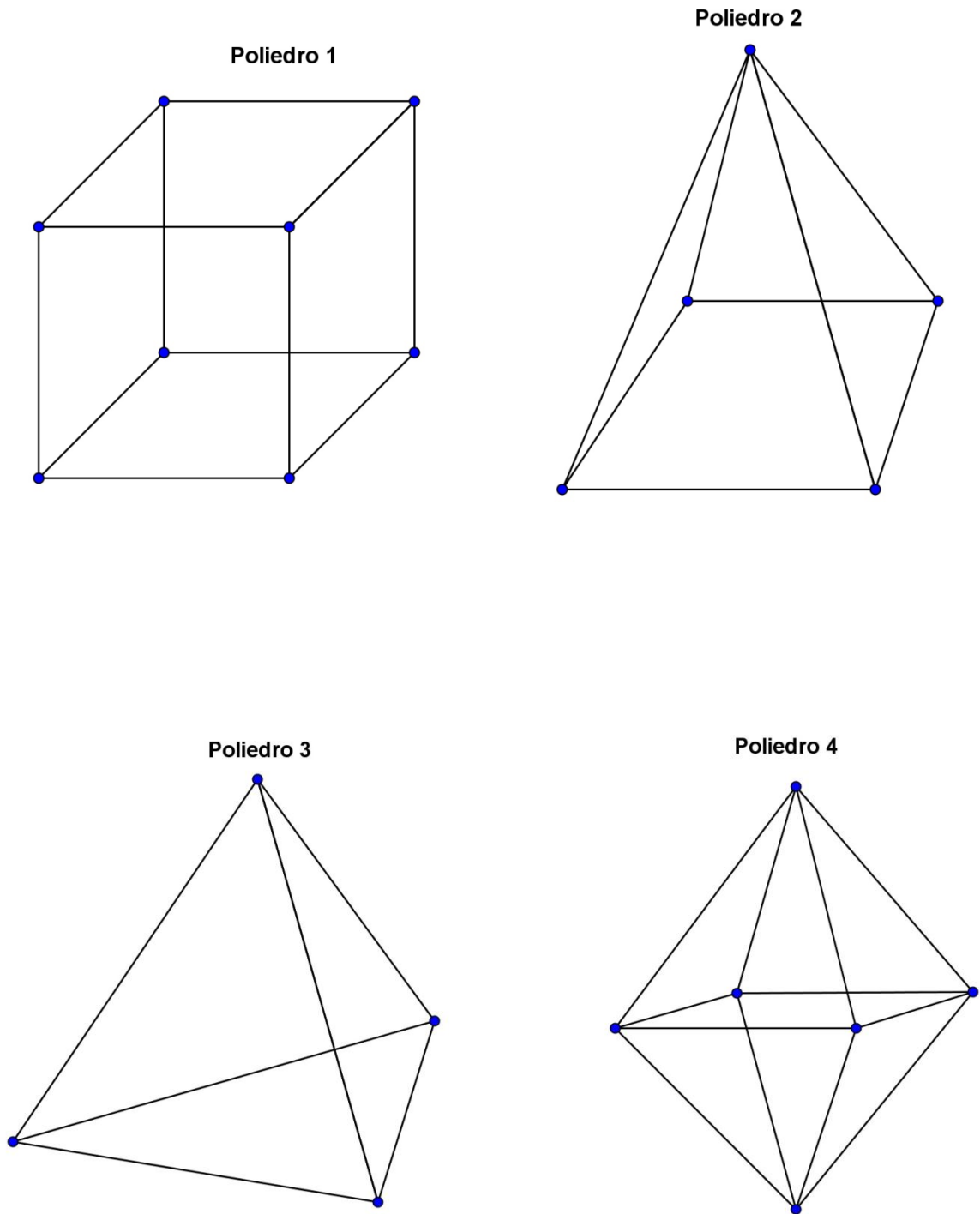
Primera actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos

A partir del siguiente material didáctico compuesto por palillos y cauchos:

Figura 3-2: Ilustración sobre palillos y cauchos.



Construir los siguientes poliedros:

Figura 3-3: Ilustración sobre poliedros.

Luego de construirlos, determina la cantidad de vértices, aristas y caras de cada uno de ellos, registrando los datos en tu cuaderno.

Los indicadores de logro a evaluar con su respectiva operación mental son:

Tabla 3-3: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la primera actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.

Indicador de logro	Operación mental
Maneja la conceptualización para lograr la abstracción trabajando con objetos o situaciones concretas.	Representación mental
Transforma imágenes o representaciones de aquello que ha pasado en contacto con el objeto concreto o abstracto.	Identificación

Para la actividad anterior se tomaron las siguientes fotos que evidencian el trabajo realizado:

Figura 3-4: Primera fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.



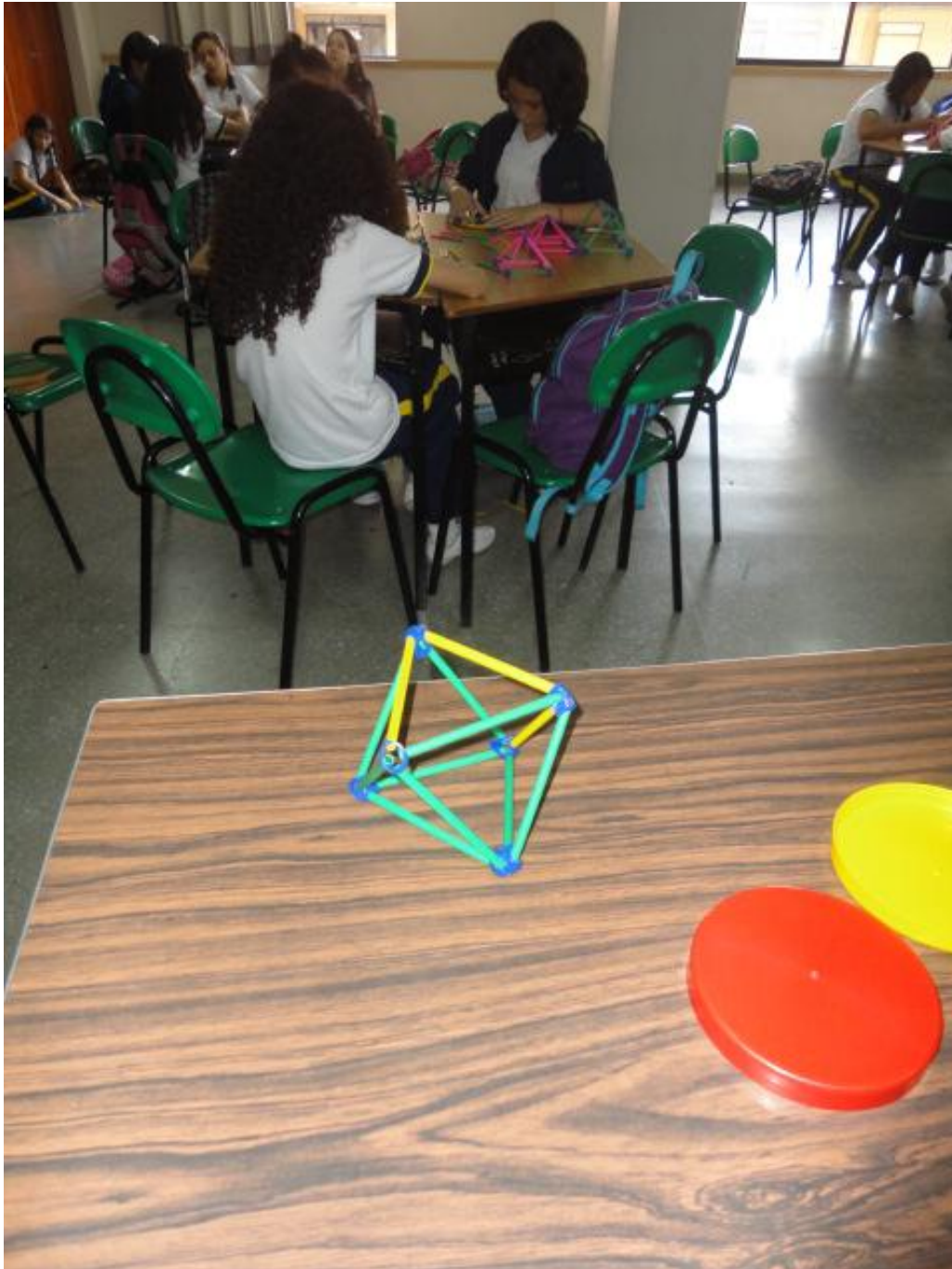
Figura 3-5: Segunda fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.



Figura 3-6: Tercera fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.



Figura 3-7: Cuarta fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.



3.2.2 Segunda actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos

De manera similar a la primera actividad se propuso construir otros poliedros con palillos y cauchos, pero en este caso, más parecidos a los de la prueba diagnóstico, para el caso del poliedro 3, de manera concreta. Igualmente se preguntó por la cantidad de vértices, aristas y caras en cada poliedro.

En esta actividad se buscaba que las estudiantes corrigieran los errores que cometieron en la prueba diagnóstico respecto al poliedro 3, a partir de material concreto donde podían interactuar y donde la orientación docente sirvió de guía para realizar la actividad correctamente. El formato de la actividad fue el siguiente:

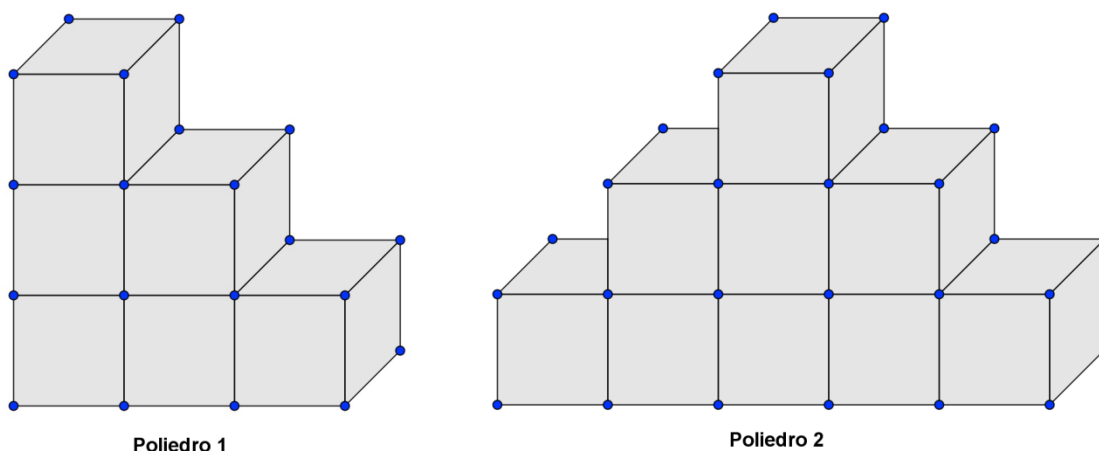
Segunda actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos

A partir del siguiente material didáctico compuesto por palillos y cauchos:

Figura 3-8: Ilustración sobre palillos y cauchos.



Construir los siguientes poliedros:

Figura 3-9: Ilustración sobre poliedros a realizar con palillos y cauchos.

Luego de construirlos, determina la cantidad de vértices, aristas y caras de cada uno de ellos, registrando los datos en tu cuaderno.

Los indicadores de logro a evaluar con su respectiva operación mental son:

Tabla 3-4: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la segunda actividad sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.

Indicador de logro	Operación mental
Maneja la conceptualización para lograr la abstracción trabajando con objetos o situaciones concretas.	Representación mental
Transforma imágenes o representaciones de aquello que ha pasado en contacto con el objeto concreto o abstracto.	Identificación

Las evidencias de la actividad anterior se aprecian en estas fotos:

Figura 3-10: Quinta fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.

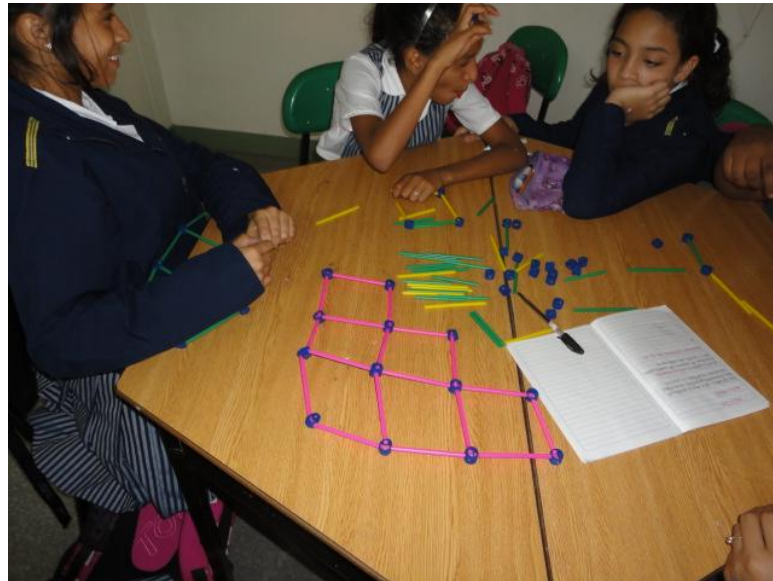


Figura 3-11: Sexta fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.



Figura 3-12: Séptima fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.

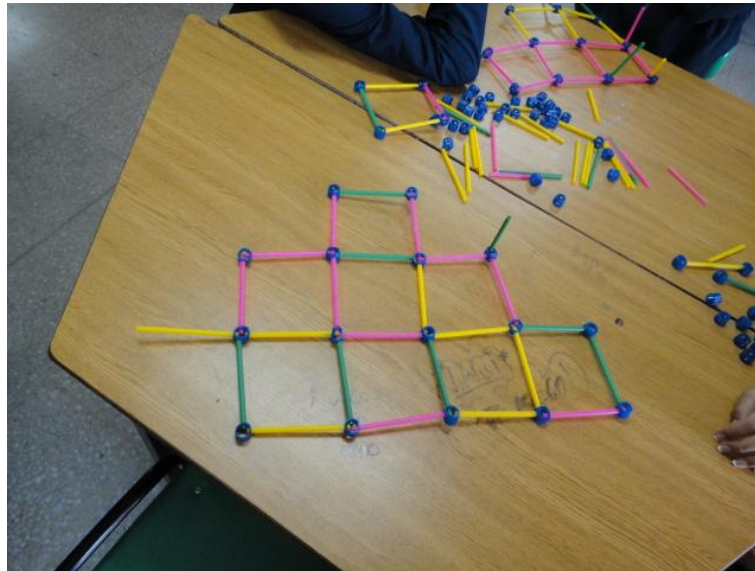


Figura 3-13: Octava fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.

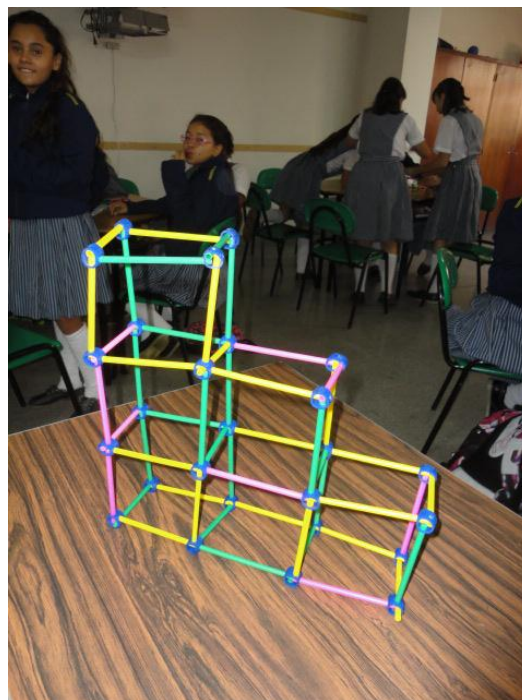


Figura 3-14: Novena fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.

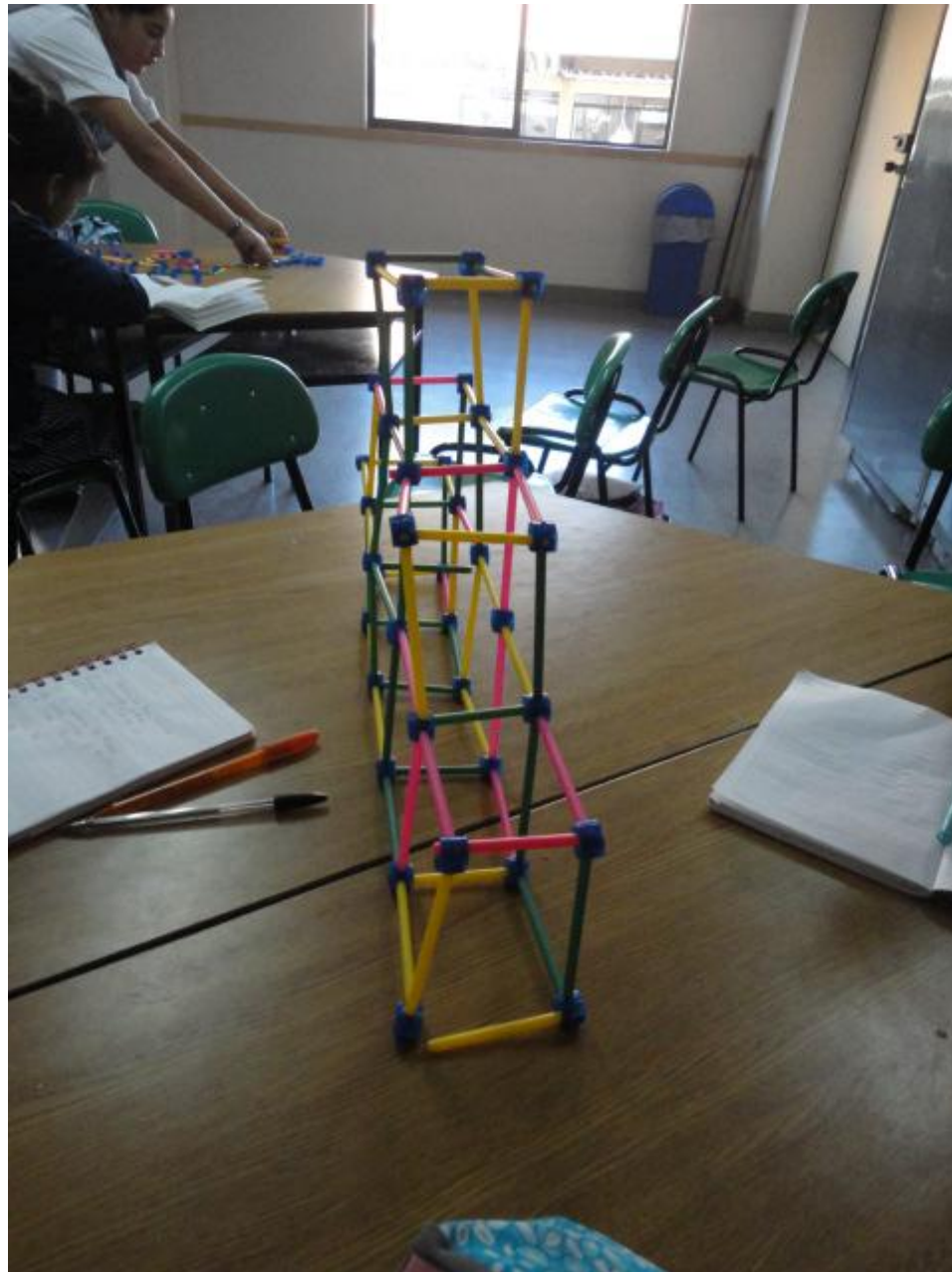


Figura 3-15: Décima fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.

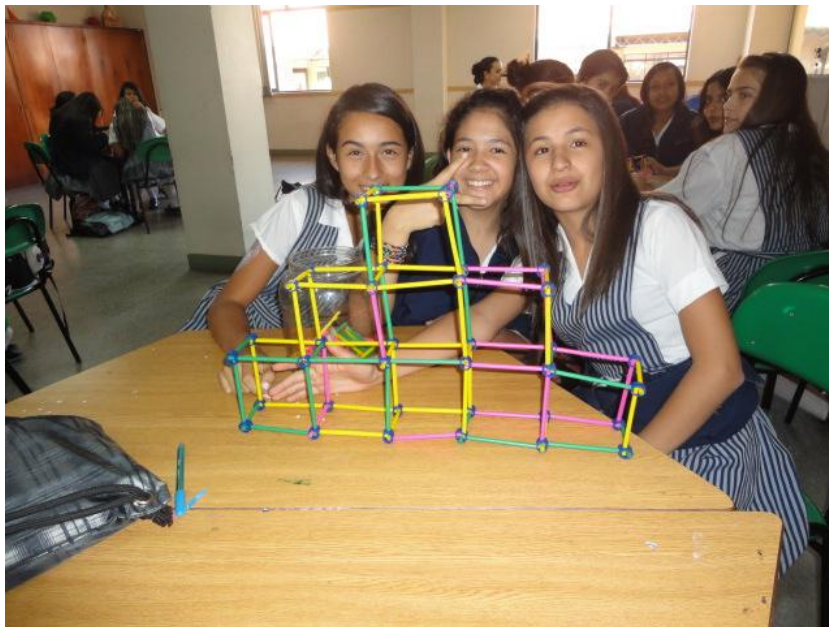
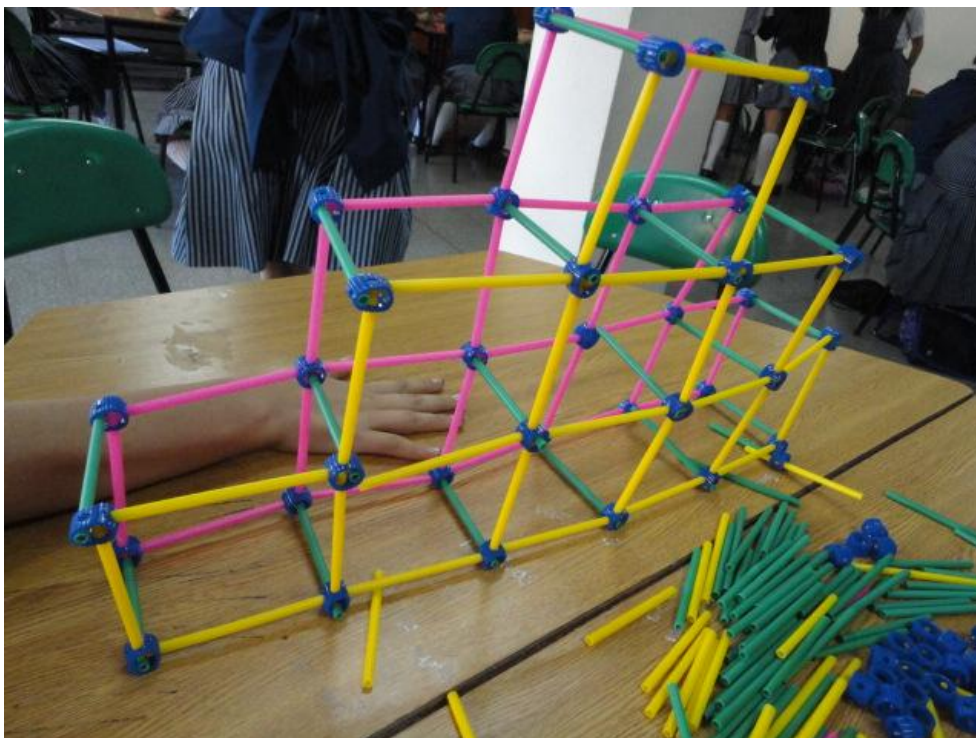


Figura 3-16: Undécima fotografía sobre la construcción de poliedros con palillos y cauchos.



3.3 Actividad sobre la construcción de poliedros con material concreto

Esta actividad buscaba que las estudiantes construyeran cuatro poliedros previamente diseñados en Geogebra²⁵. Cada poliedro tenía su plantilla para pegar y recortar en cartulina con su respectiva forma final.

Lo importante de esta actividad es que las estudiantes interactuaban con material concreto a partir de una representación en el plano para un poliedro, que es de carácter abstracto; y así elaborar los poliedros propuestos que en la siguiente actividad serán utilizados.

Esta actividad fue realizada en los grupos bajo el siguiente formato:

Actividad sobre la construcción de poliedros con material concreto

A continuación se presentan las plantillas para realizar cuatro poliedros diferentes.

Para realizar cada uno de ellos pégalos en cartulina y recórtalos. Luego dóblalos y pega cada pestaña de manera que se forme el poliedro indicado.

Los indicadores de logro que se evalúan son los siguientes, además de su respectiva operación mental.

²⁵ Software libre de matemáticas que se puede descargar en: <http://www.geogebra.org/cms/es/>

Tabla 3-5: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la actividad sobre la construcción de poliedros con material concreto.

Indicador de logro	Operación mental
Maneja la conceptualización para lograr la abstracción trabajando con objetos o situaciones concretas.	Representación mental
Analiza partes, funciones y usos de objetos o eventos.	Análisis

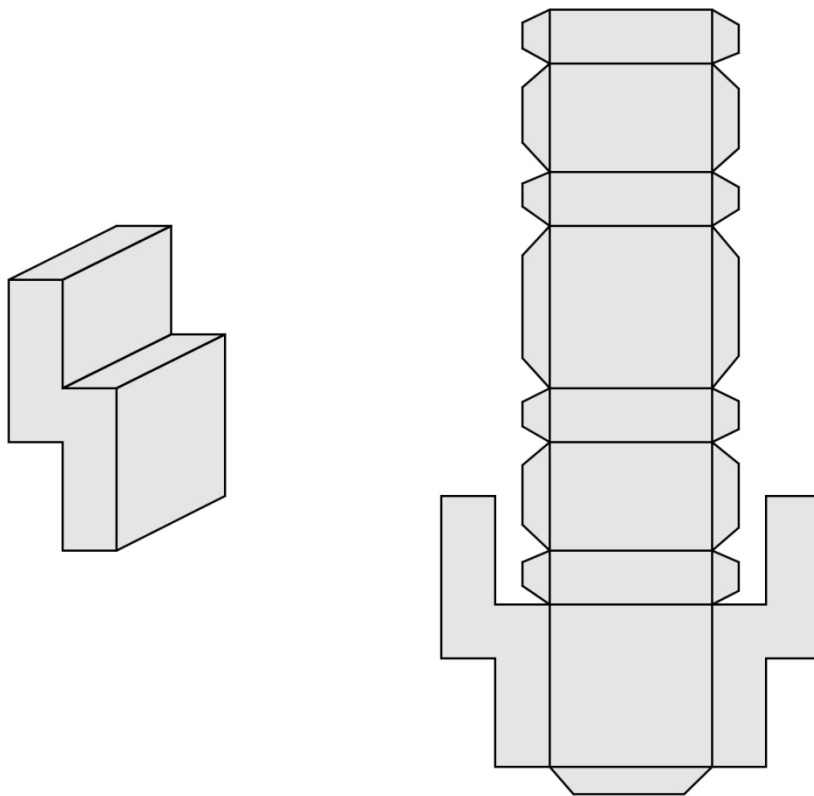
Figura 3-17: Ilustración sobre la primera plantilla para la construcción de poliedros con material concreto.

Figura 3-18: Ilustración sobre la segunda plantilla para la construcción de poliedros con material concreto.

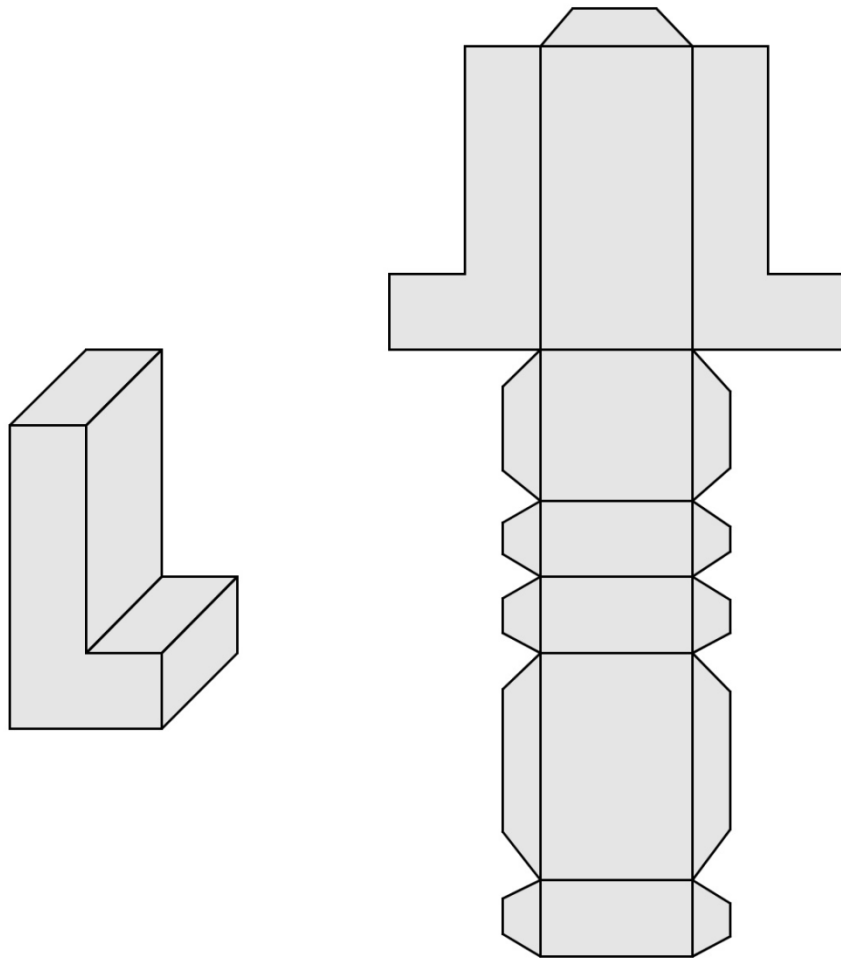


Figura 3-19: Ilustración sobre la tercera plantilla para la construcción de poliedros con material concreto.

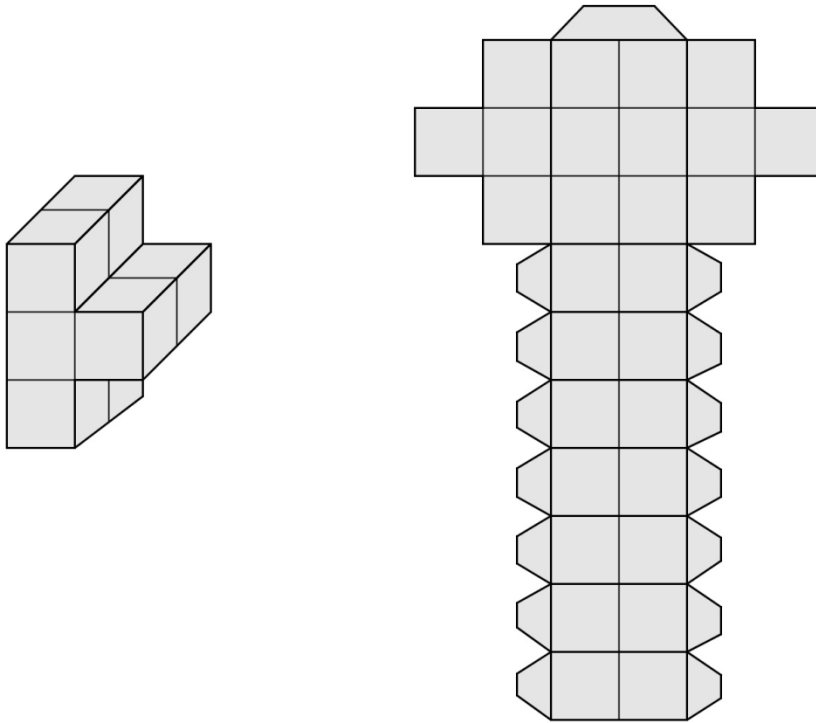
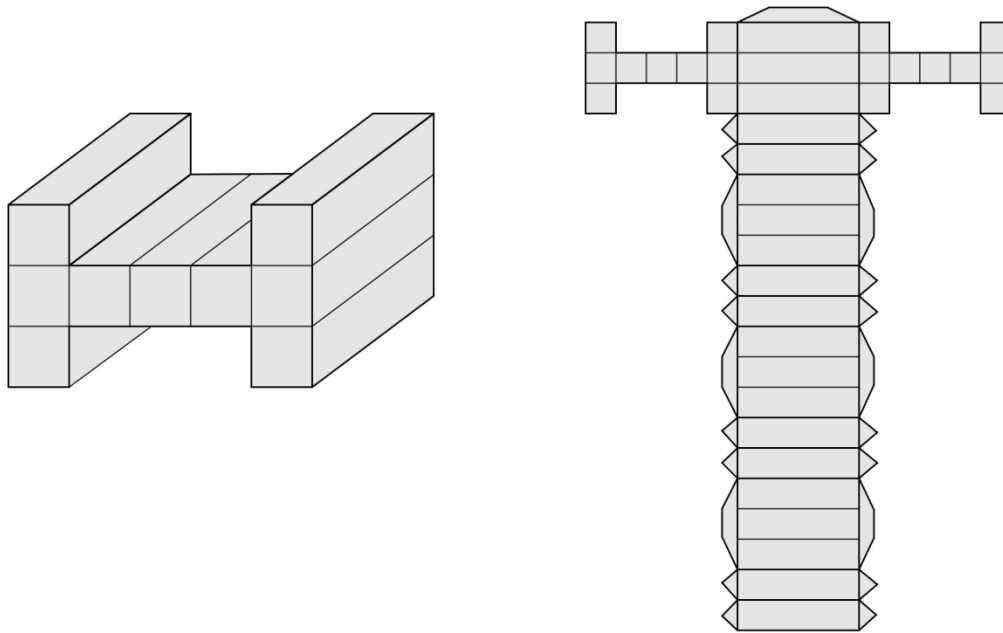


Figura 3-20: Ilustración sobre la cuarta plantilla para la construcción de poliedros con material concreto.



La construcción de los anteriores poliedros se registra en las siguientes fotos:

Figura 3-21: Primera fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.

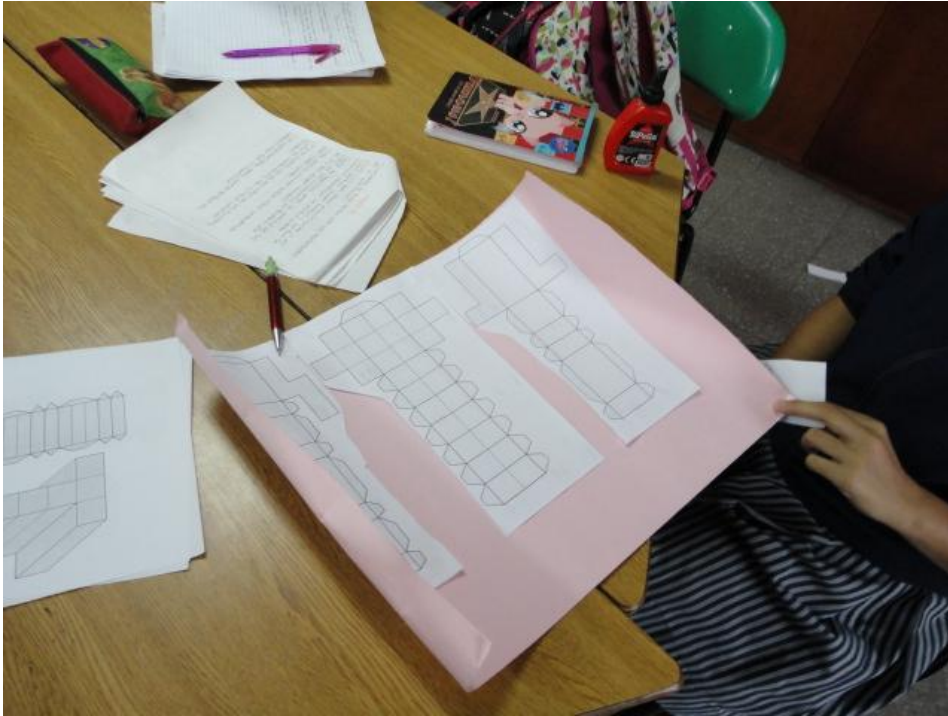


Figura 3-22: Segunda fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.



Figura 3-23: Tercera fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.



Figura 3-24: Cuarta fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.

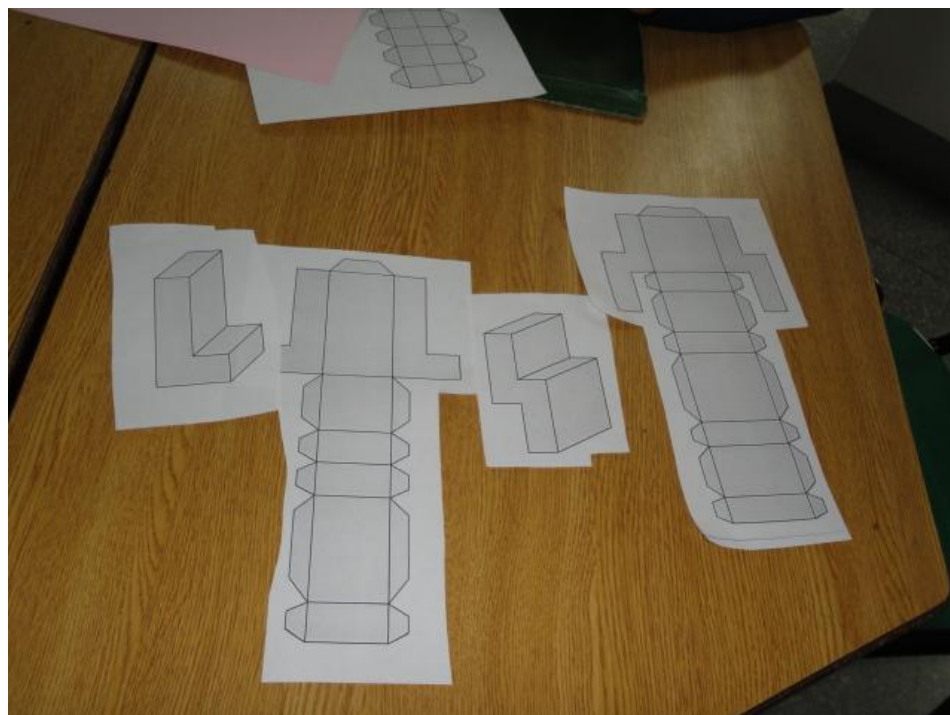


Figura 3-25: Quinta fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.

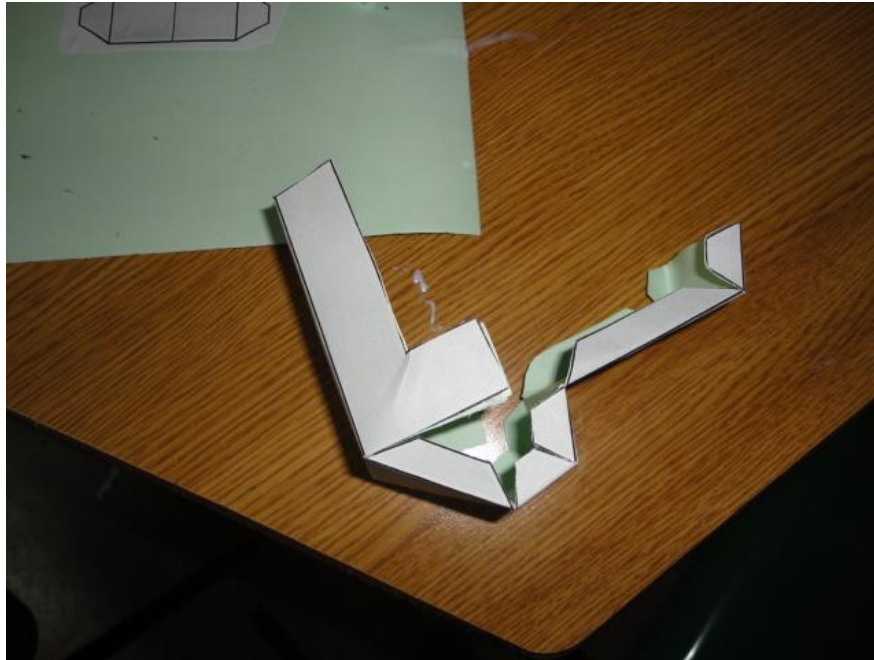


Figura 3-26: Sexta fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.

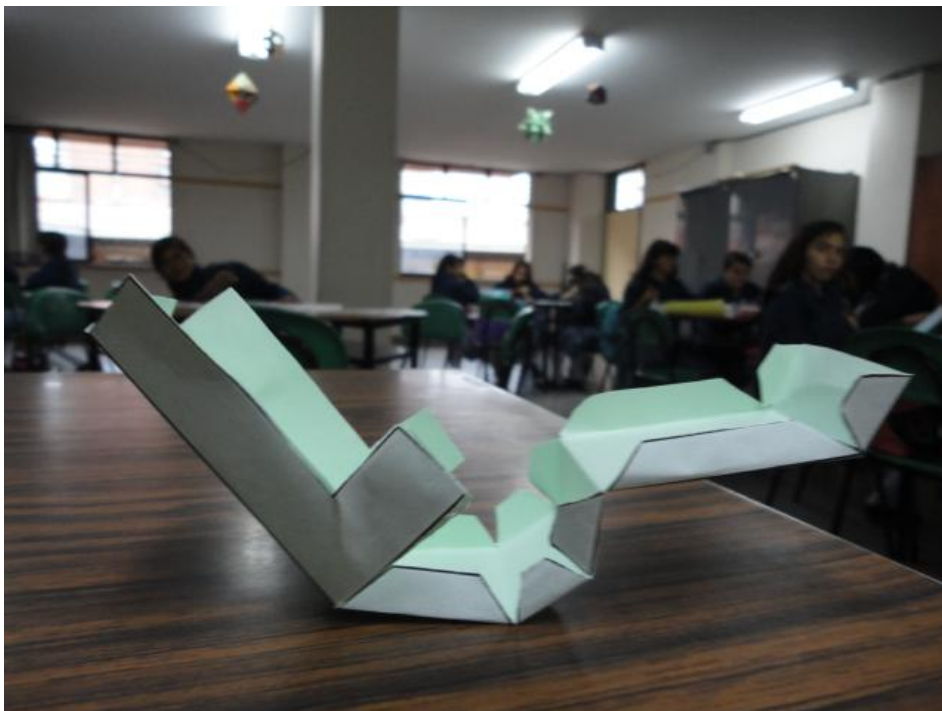


Figura 3-27: Séptima fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.



Figura 3-28: Octava fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.

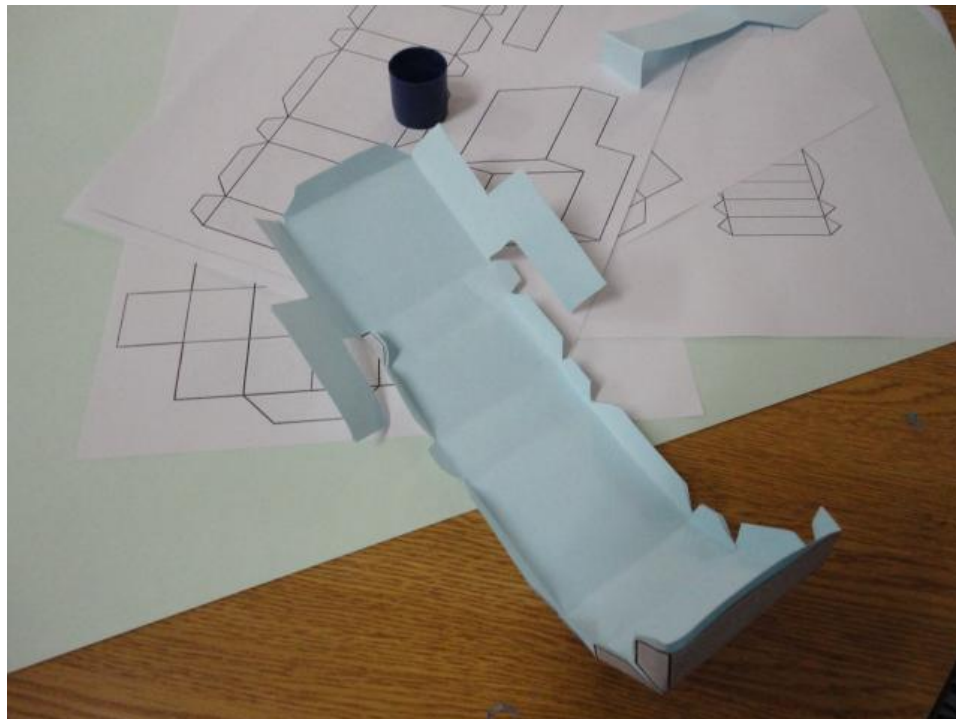


Figura 3-29: Novena fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.

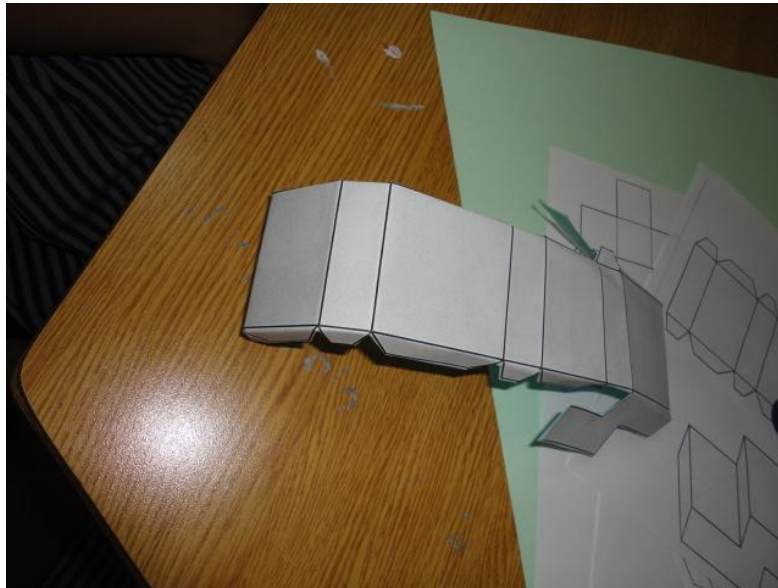


Figura 3-30: Décima fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.

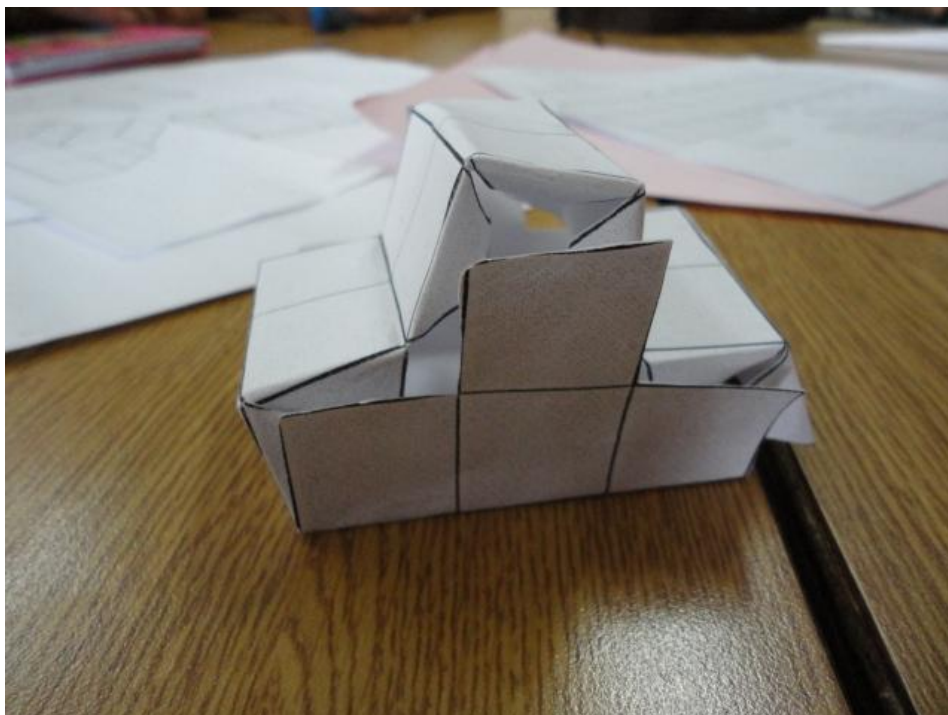


Figura 3-31: Undécima fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.

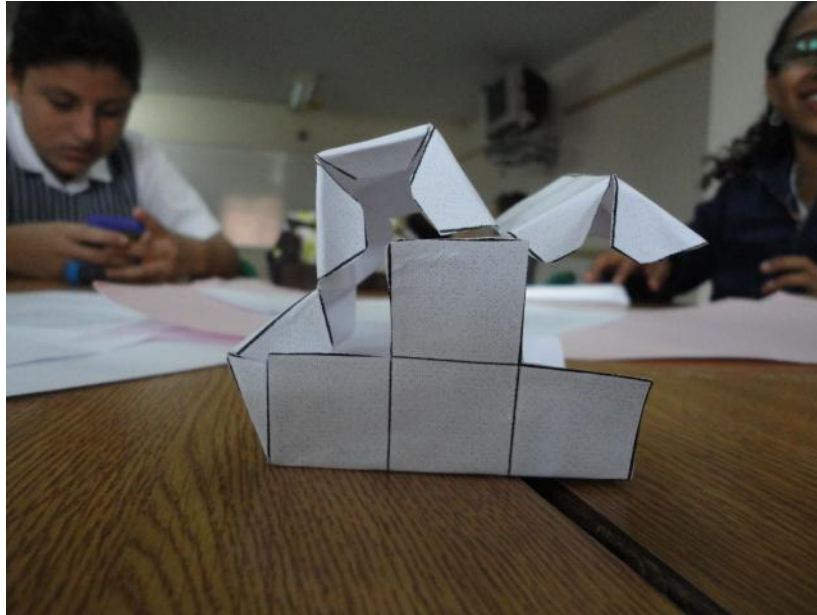
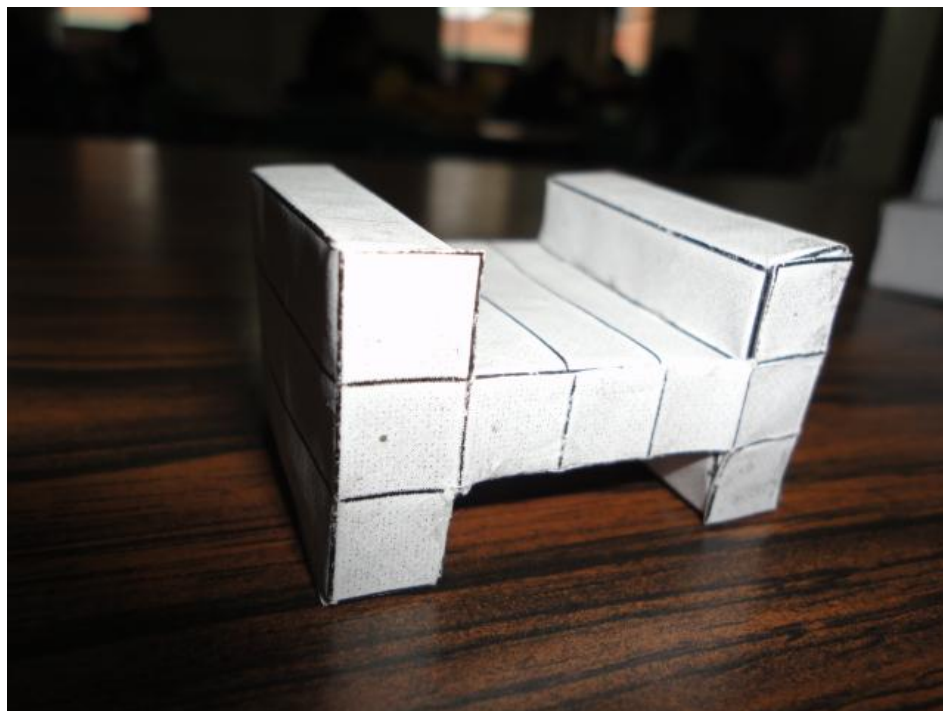


Figura 3-32: Duodécima fotografía sobre la construcción de poliedros con material concreto.



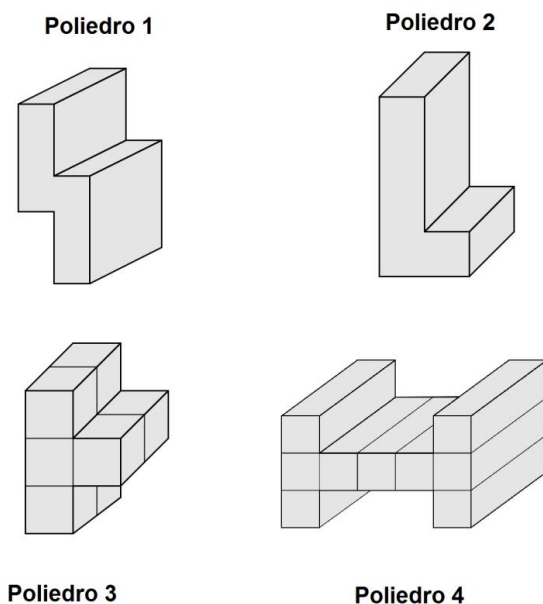
3.4 Actividad sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto

Después de haber elaborado los cuatro poliedros anteriores en cartulina se propuso esta actividad que consistía en señalar con colores, bajo ciertas condiciones, los elementos de vértices, aristas y caras en cada poliedro. Dicha actividad servía para afianzar los conocimientos de las estudiantes acerca de la identificación de los elementos de un poliedro desde el material concreto, además para la actividad sobre representación de poliedros en el plano es muy importante realizar previamente este ejercicio, ya que la estudiante luego puede hacer relaciones desde esta experiencia con material concreto. El formato de la actividad propuesta para estos poliedros elaborados en cartulina fue la siguiente:

Actividad sobre identificación de los elementos de un poliedro elaborado con material concreto

Después de haber elaborado los siguientes poliedros en cartulina:

Figura 3-33: Ilustración sobre poliedros elaborados en cartulina.



Identificar los elementos de vértices y aristas en cada uno de ellos pintándolos con colores diferentes, es decir, un color para los vértices y otro para las aristas. En el caso de las caras enuméralas consecutivamente con otro color diferente.

En cada poliedro cuenta la cantidad de vértices, aristas y caras, respectivamente, registrando los resultados en tu cuaderno.

Los indicadores de logro a evaluar con su respectiva operación mental son:

Tabla 3-6: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la actividad sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

Indicador de logro	Operación mental
Obtiene información de las observaciones a través de los sentidos.	Identificación
Descompone un todo en sus partes tomando en cuenta un criterio previamente establecido.	Análisis

Las fotos que se tomaron en los diferentes grupos acerca de la anterior actividad fueron las siguientes:

Figura 3-34: Primera fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.



Figura 3-35: Segunda fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.



Figura 3-36: Tercera fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

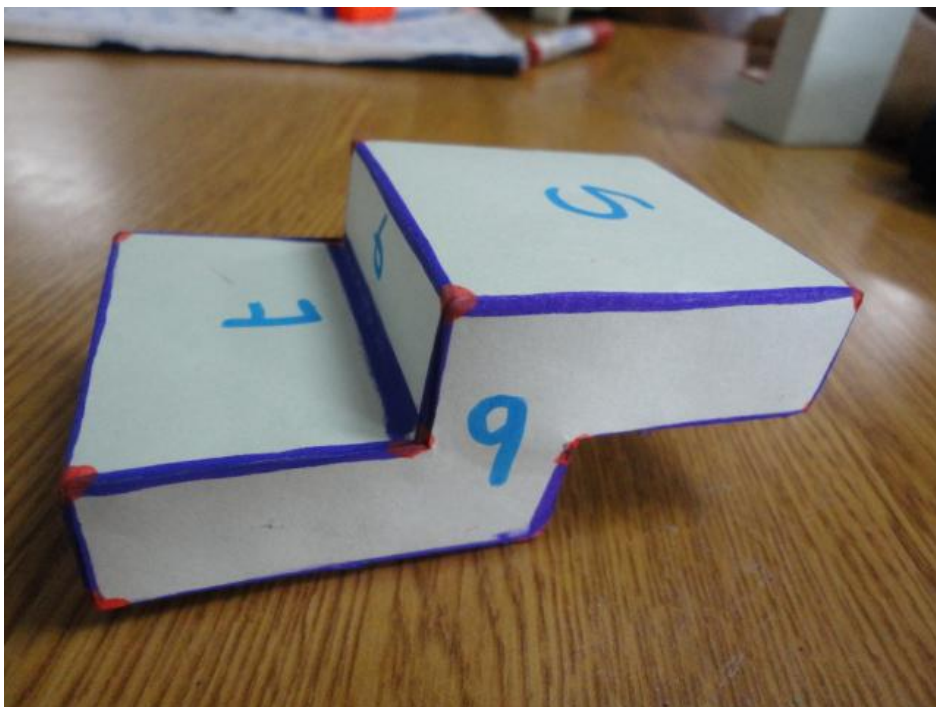


Figura 3-37: Cuarta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

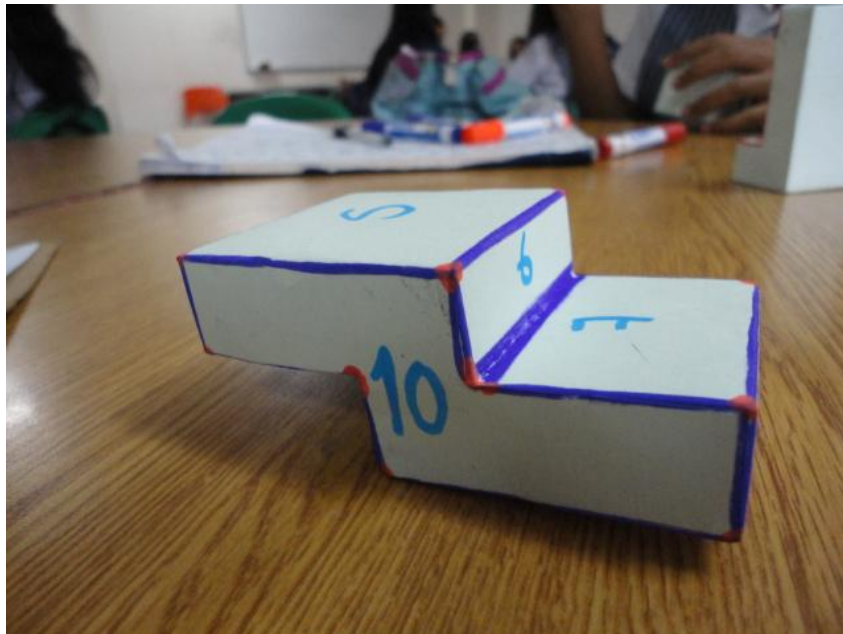


Figura 3-38: Quinta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

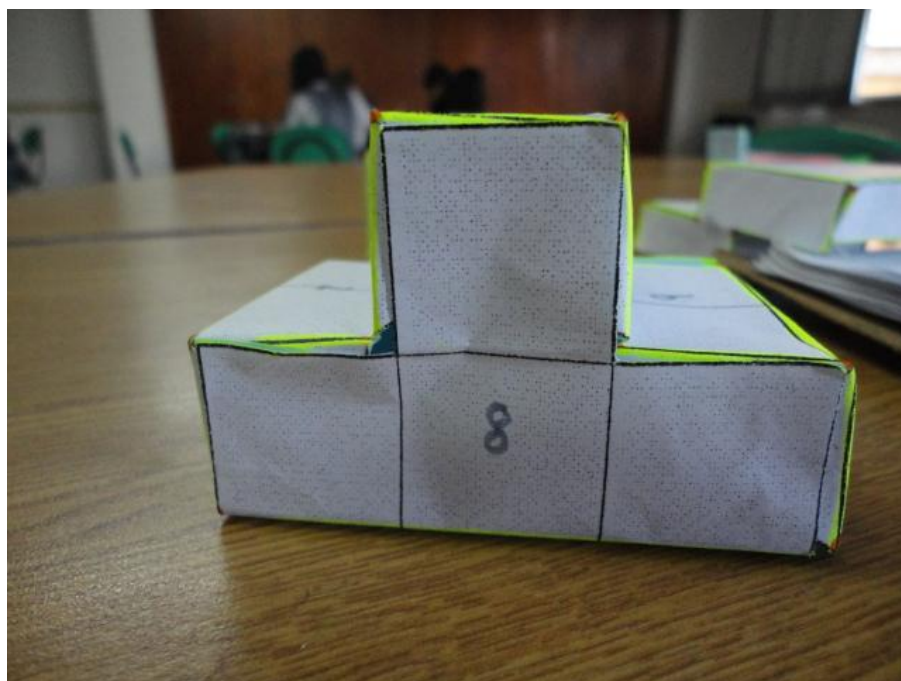


Figura 3-39: Sexta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.



Figura 3-40: Séptima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

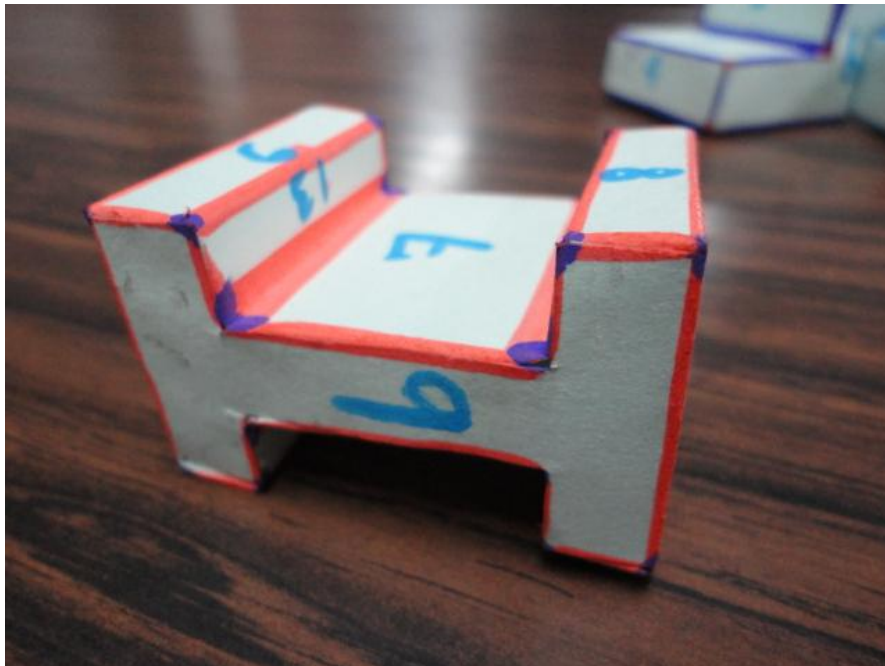


Figura 3-41: Octava fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.



Figura 3-42: Novena fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

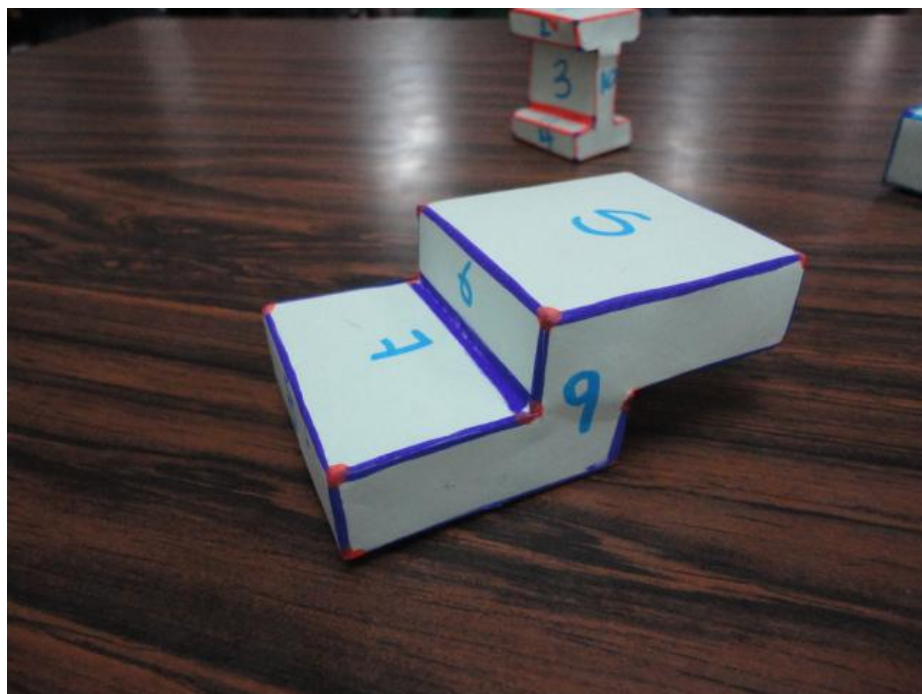


Figura 3-43: Décima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

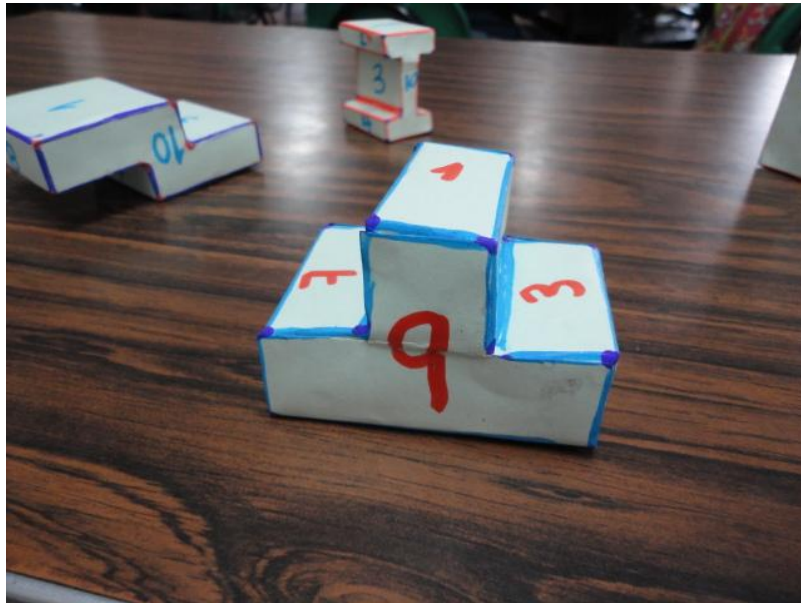


Figura 3-44: Undécima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

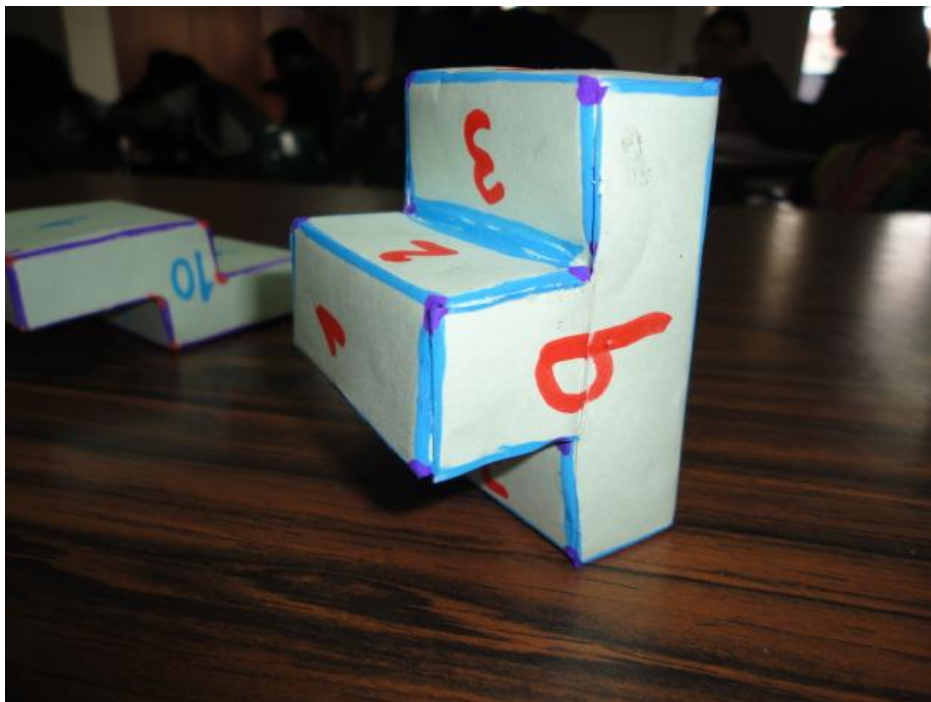


Figura 3-45: Duodécima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

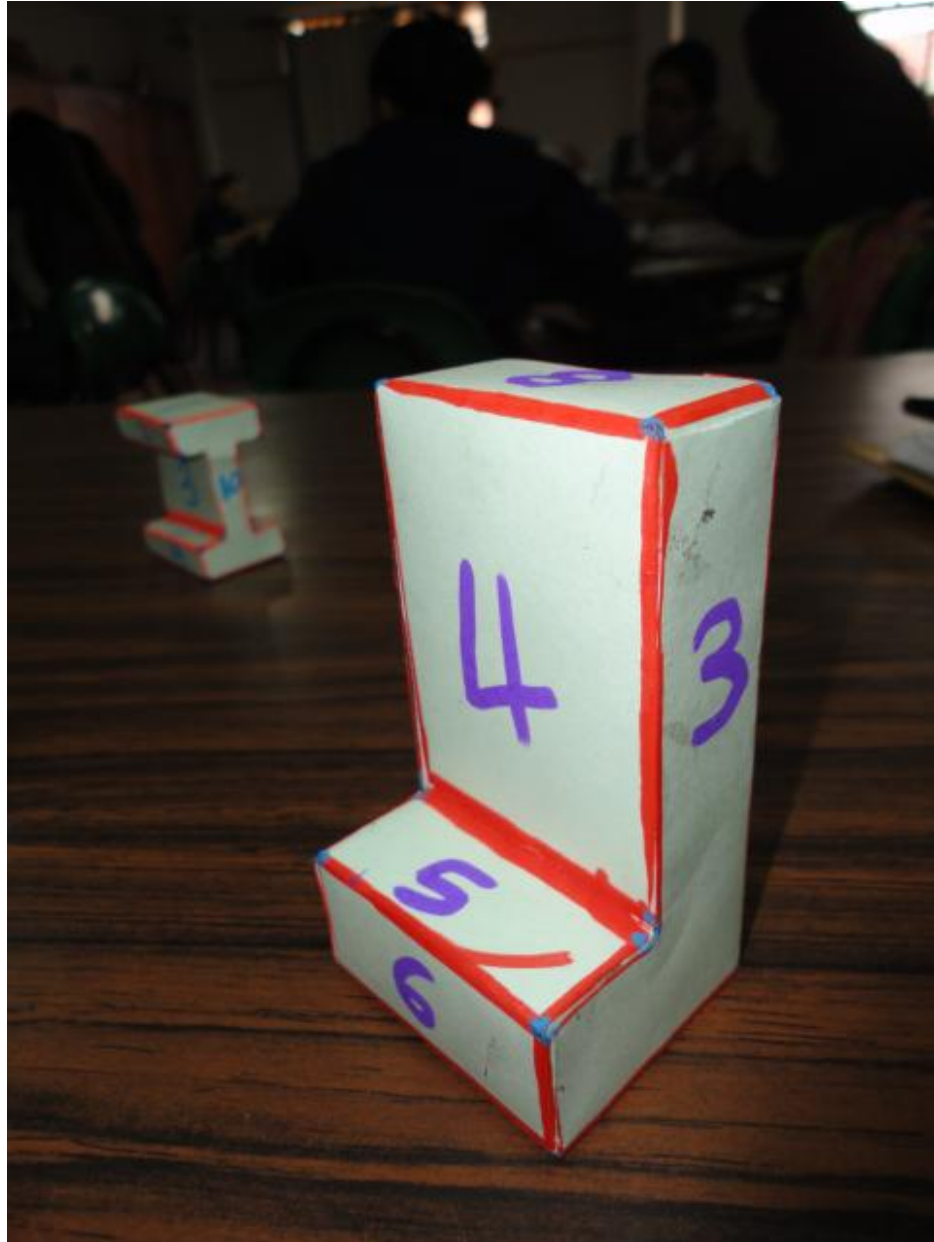


Figura 3-46: Decimotercera fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.



Figura 3-47: Decimocuarta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.



Figura 3-48: Decimoquinta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.

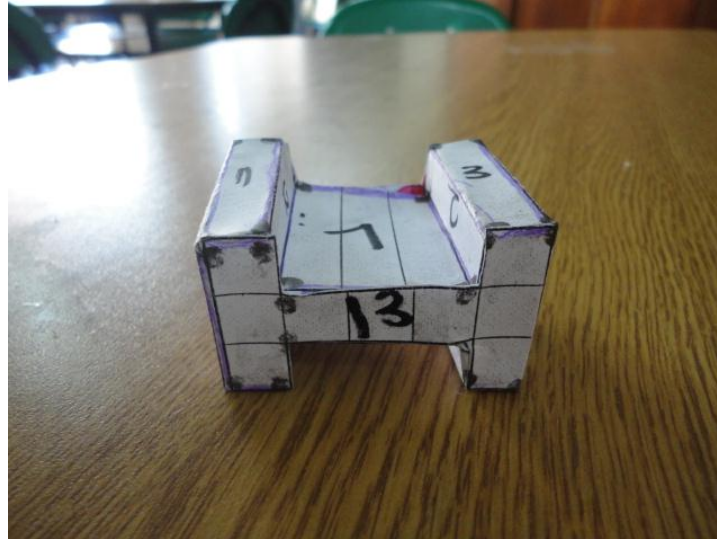
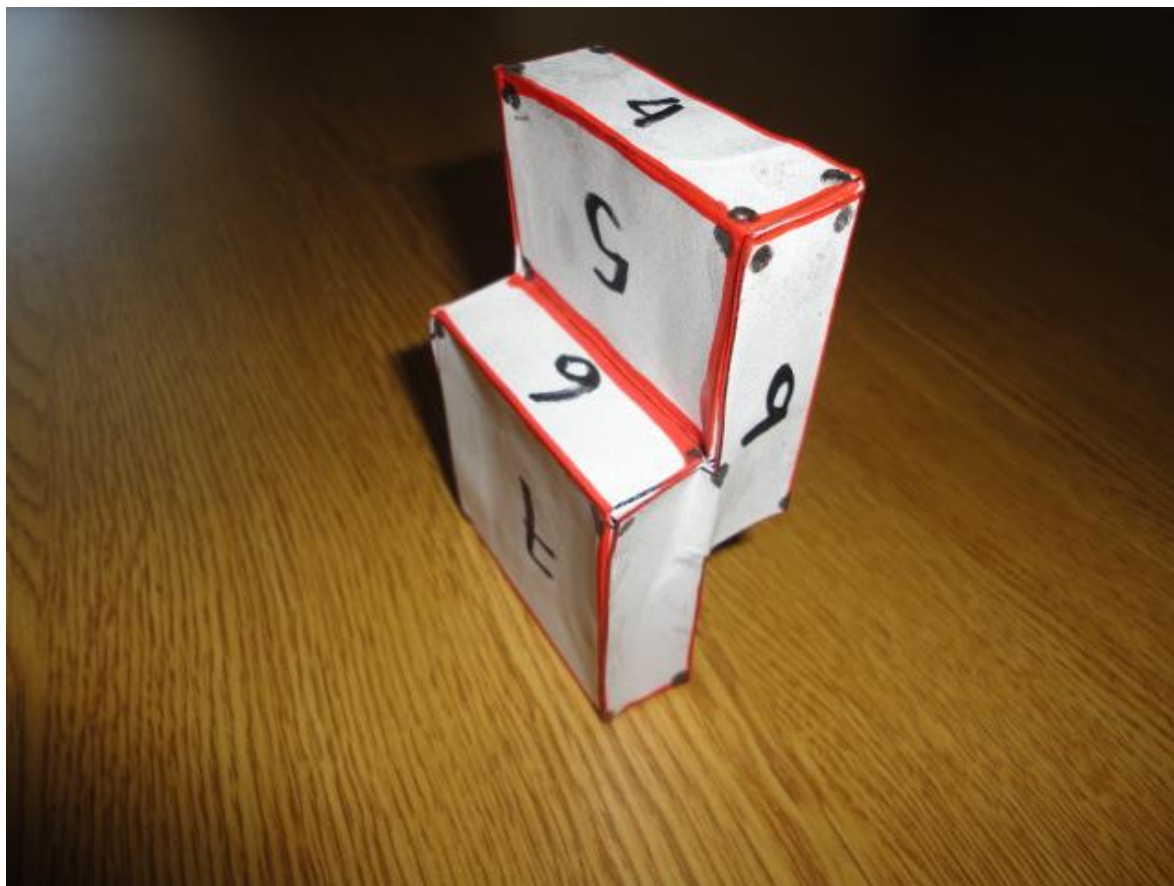


Figura 3-49: Decimosexta fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.



Figura 3-50: Decimoséptima fotografía sobre identificación de elementos de un poliedro elaborado con material concreto.



3.5 Actividad sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto

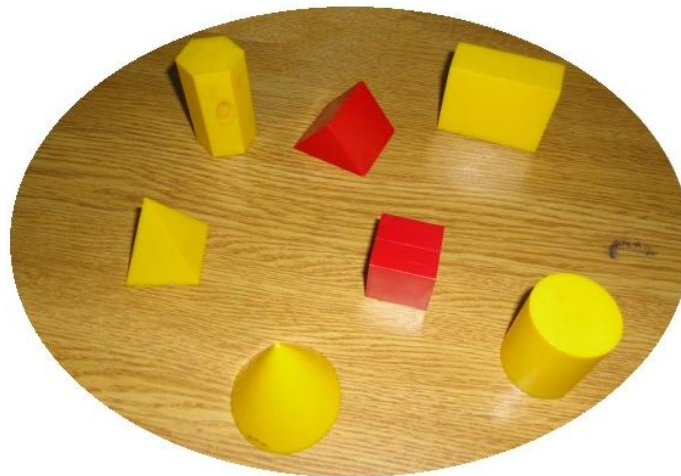
Esta actividad la considero un puente entre lo concreto y lo abstracto, ya que a partir de ciertos sólidos geométricos, las estudiantes deben realizar un dibujo de cada figura, que corresponde a una representación en el plano, para luego establecer cuáles de ellos son poliedros e identificar los elementos de vértices, aristas y caras. Para la identificación de los elementos se podían basar de los poliedros en material concreto.

El formato de esta actividad se presenta a continuación:

Actividad sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto

Para esta actividad se tienen los siguientes sólidos geométricos en material concreto que tendrás la posibilidad de tener en frente, rotarlos y analizarlos.

Figura 3-51: Ilustración sobre sólidos geométricos en material concreto.



Para cada uno de ellos realiza lo siguiente:

- 1) Dibuja una representación de cada uno de los sólidos geométricos en tu cuaderno.
- 2) En los anteriores dibujos escribe a un lado si corresponde o no a un poliedro.
- 3) En los dibujos que corresponda a la representación de poliedros escribe el número de vértices, aristas y caras que tiene basándose del objeto real que puedes manipular.

Los indicadores de logro a evaluar con su respectiva operación mental son:

Tabla 3-7: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la actividad sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.

Indicador de logro	Operación mental
Transforma imágenes o representaciones de aquello que ha pasado en contacto con el objeto concreto o abstracto.	Identificación
Reconoce características específicas en qué difieren dos o más objetos y situaciones.	Diferenciación
Observa o describe objetos o situaciones por sus características.	

Este trabajo realizado con los poliedros en material concreto se evidencia en las siguientes fotos:

Figura 3-52: Primera fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.

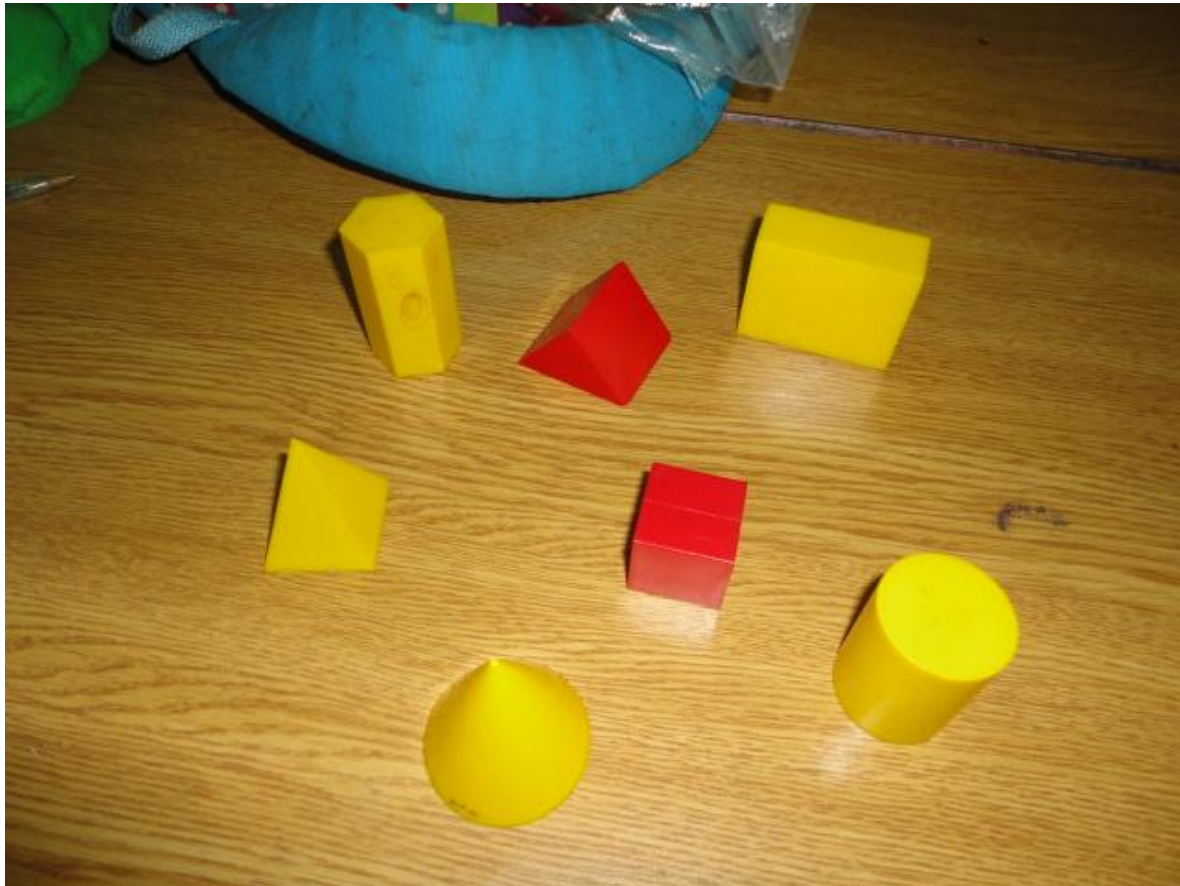


Figura 3-53: Segunda fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.

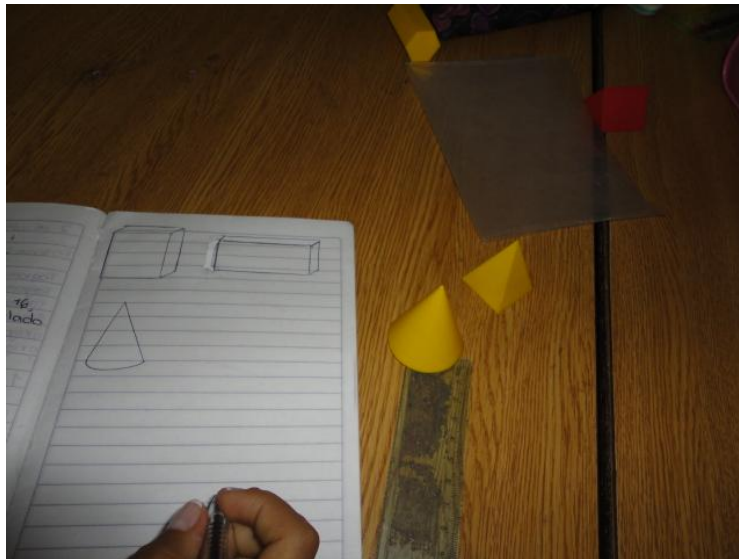


Figura 3-54: Tercera fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.

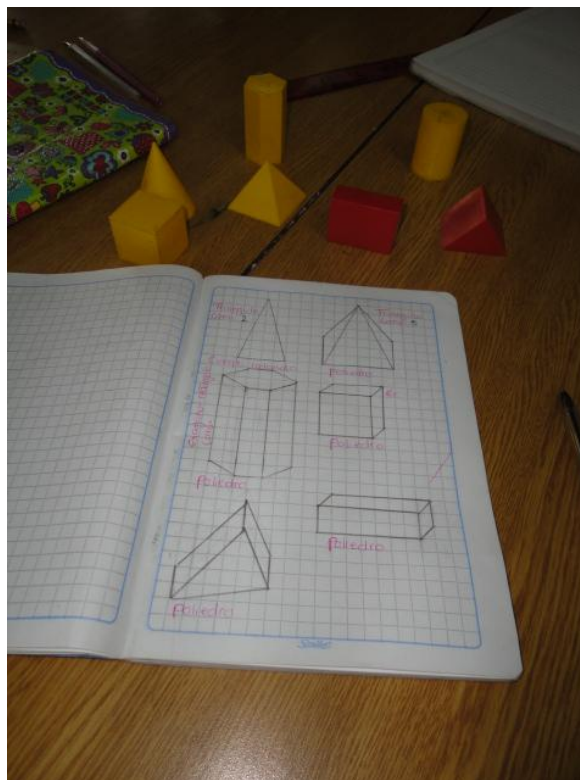


Figura 3-55: Cuarta fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.

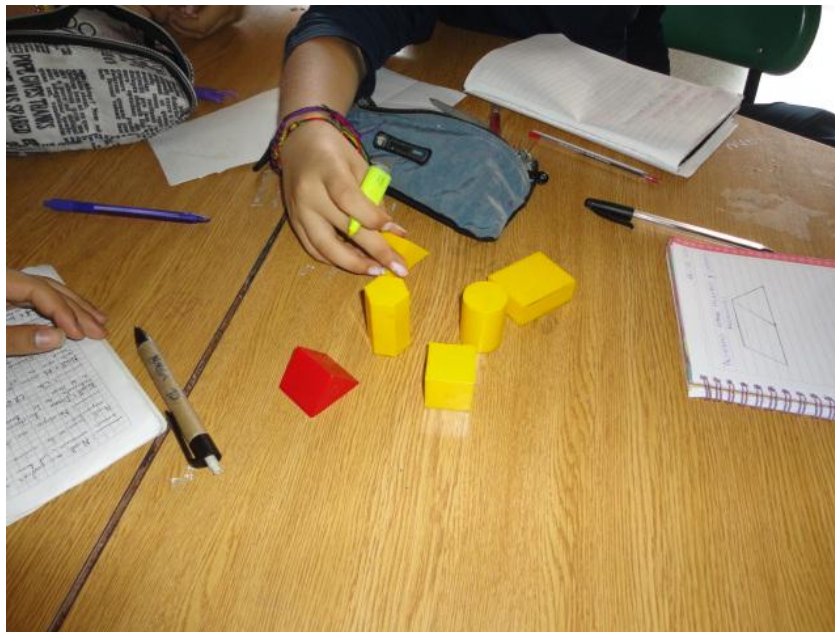
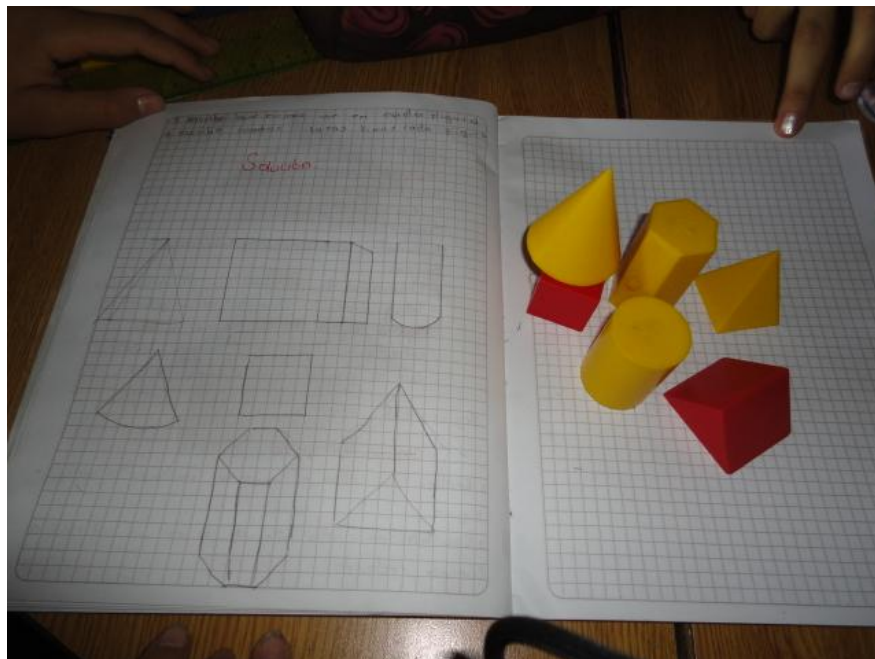


Figura 3-56: Quinta fotografía sobre representación de sólidos geométricos en el plano a partir de material concreto.



3.6 Actividad sobre representación de poliedros en el plano

Esta actividad se hace previamente a la prueba final con el fin de retomar todos los conocimientos adquiridos por parte de las estudiantes para presentarles unas representaciones en el plano de seis poliedros, con formas similares a las que se presentaron en la prueba diagnóstico, de hecho fueron dos de cada una, con los grados de dificultad propuestos. En esta actividad se les proponía a las estudiantes recordar el trabajo realizado con los poliedros elaborados en cartulina, donde identificaron sus elementos utilizando colores, pero que en este caso debían hacer de manera abstracta.

El formato utilizado en esta actividad fue el que se presenta a continuación:

Actividad sobre representación de poliedros en el plano

En esta actividad se tienen representaciones en el plano de seis poliedros diferentes.

En cada uno de ellos se debe identificar los elementos de vértices, aristas y caras, registrando la cantidad total del respectivo poliedro en la tabla que lo acompaña.

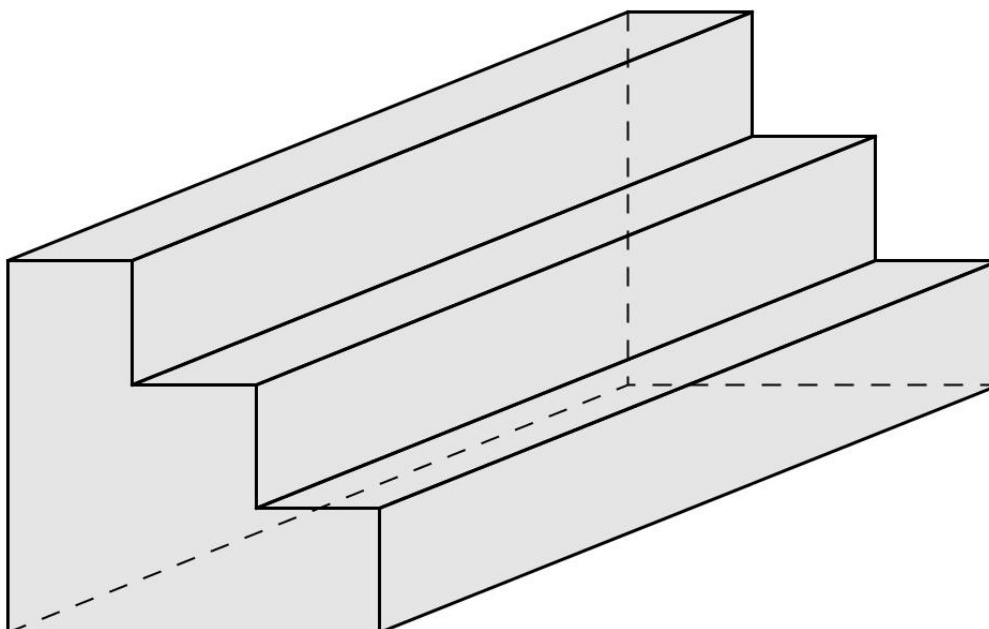
Para facilitar la identificación de los elementos utiliza tres colores diferentes, uno para pintar los vértices, otro para pintar las aristas y el último color para enumerar las caras consecutivamente.

Recuerda que los vértices, aristas y caras que no se observan, desde cada representación en el plano de un poliedro, deben ser tenidos en cuenta para registrar la cantidad total de cada uno de estos elementos.

Los indicadores de logro a evaluar con su respectiva operación mental son:

Tabla 3-8: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la actividad sobre representación de poliedros en el plano.

Indicador de logro	Operación mental
Obtiene información de las observaciones a través de los sentidos.	Identificación
Descompone un todo en sus partes tomando en cuenta un criterio previamente establecido.	Análisis

Figura 3-57: Ilustración sobre la representación del primer poliedro en el plano.**Poliedro 1.****Tabla 3-9:** Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 1.

	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 1			

Figura 3-58: Ilustración sobre la representación del segundo poliedro en el plano.

Poliedro 2.

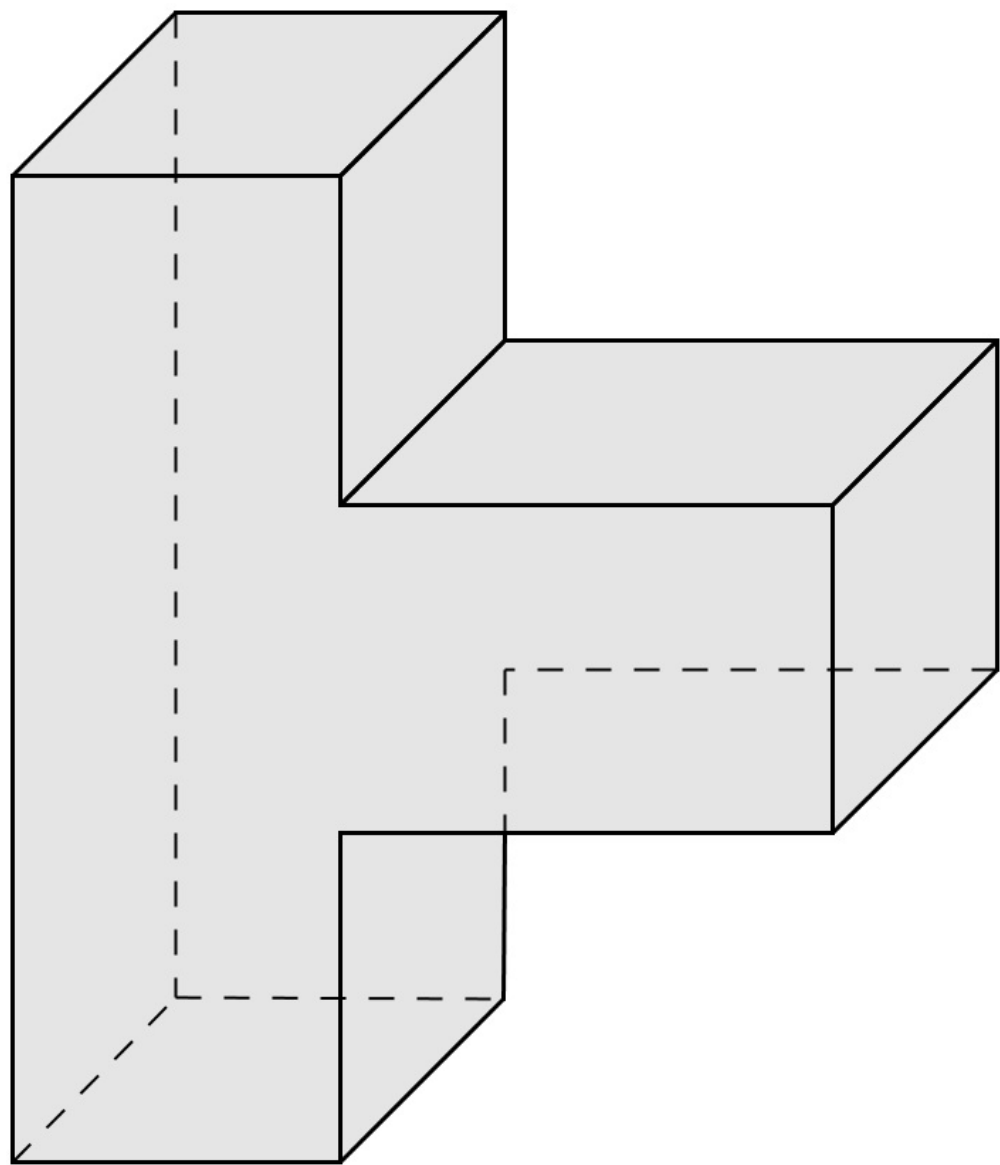
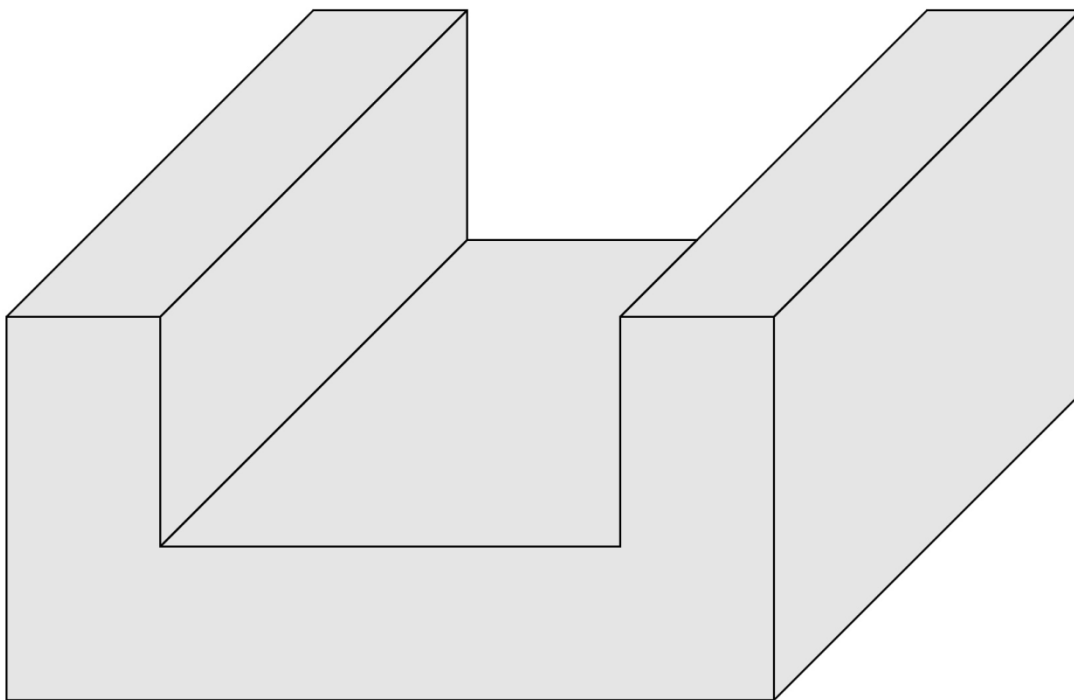


Tabla 3-10: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 2.

	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 2			

Figura 3-59: Ilustración sobre la representación del tercer poliedro en el plano.**Poliedro 3.****Tabla 3-11:** Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 3.

	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 3			

Figura 3-60: Ilustración sobre la representación del cuarto poliedro en el plano.

Poliedro 4.

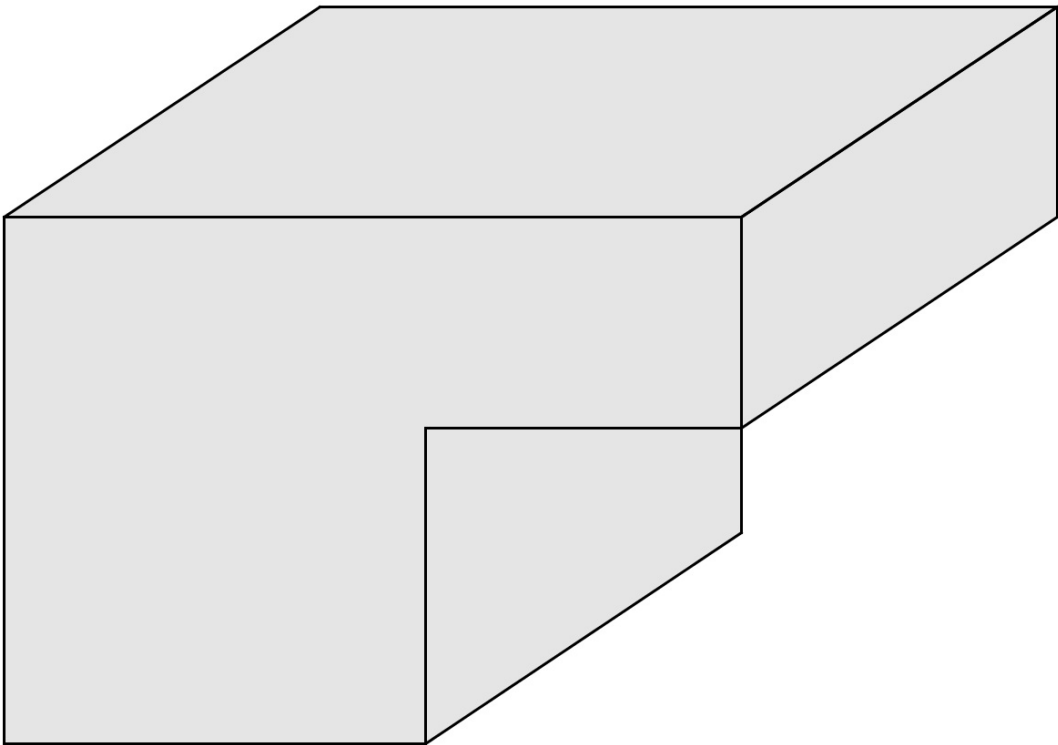
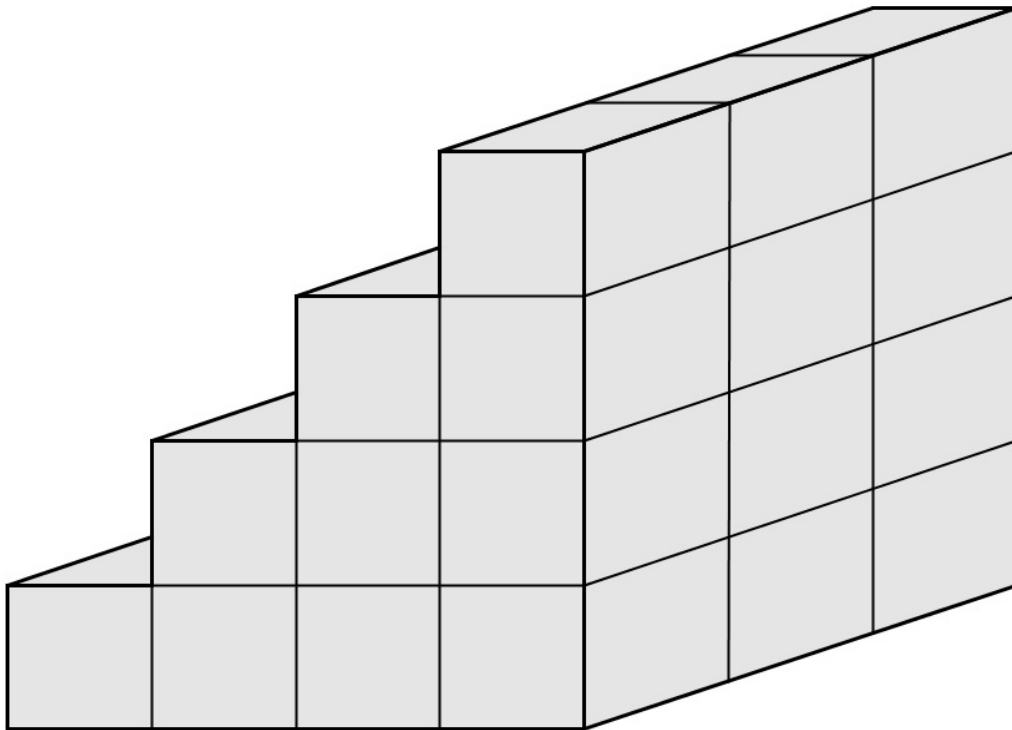


Tabla 3-12: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 4.

	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 4			

Figura 3-61: Ilustración sobre la representación del quinto poliedro en el plano.**Poliedro 5.****Tabla 3-13:** Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 5.

	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 5			

Figura 3-62: Ilustración sobre la representación del sexto poliedro en el plano.

Poliedro 6.

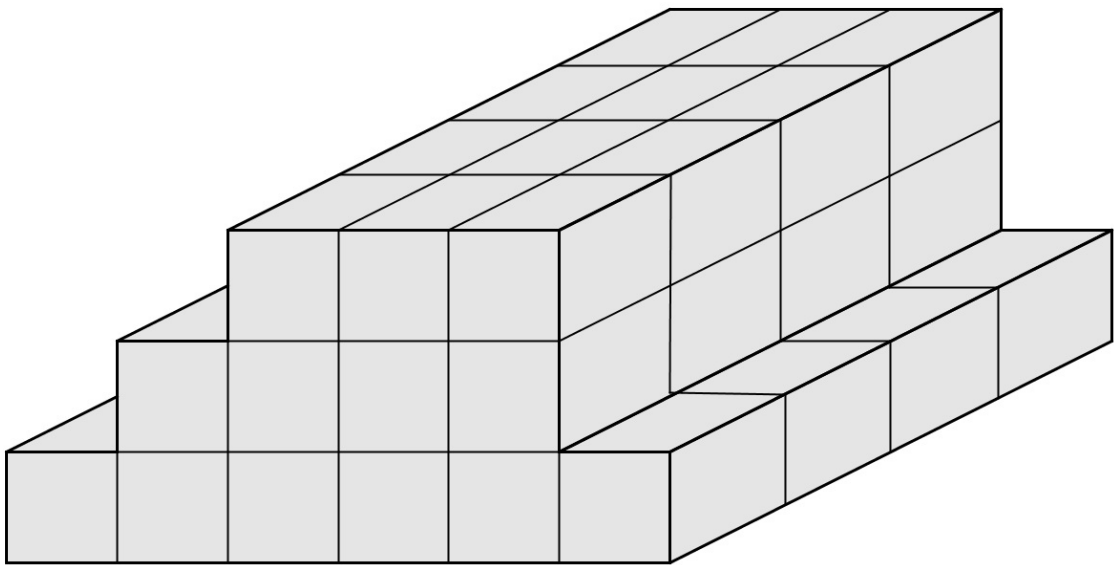


Tabla 3-14: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras para el poliedro 6.

	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 6			

Para esta actividad se tomaron las siguientes fotos:

Figura 3-63: Primera fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

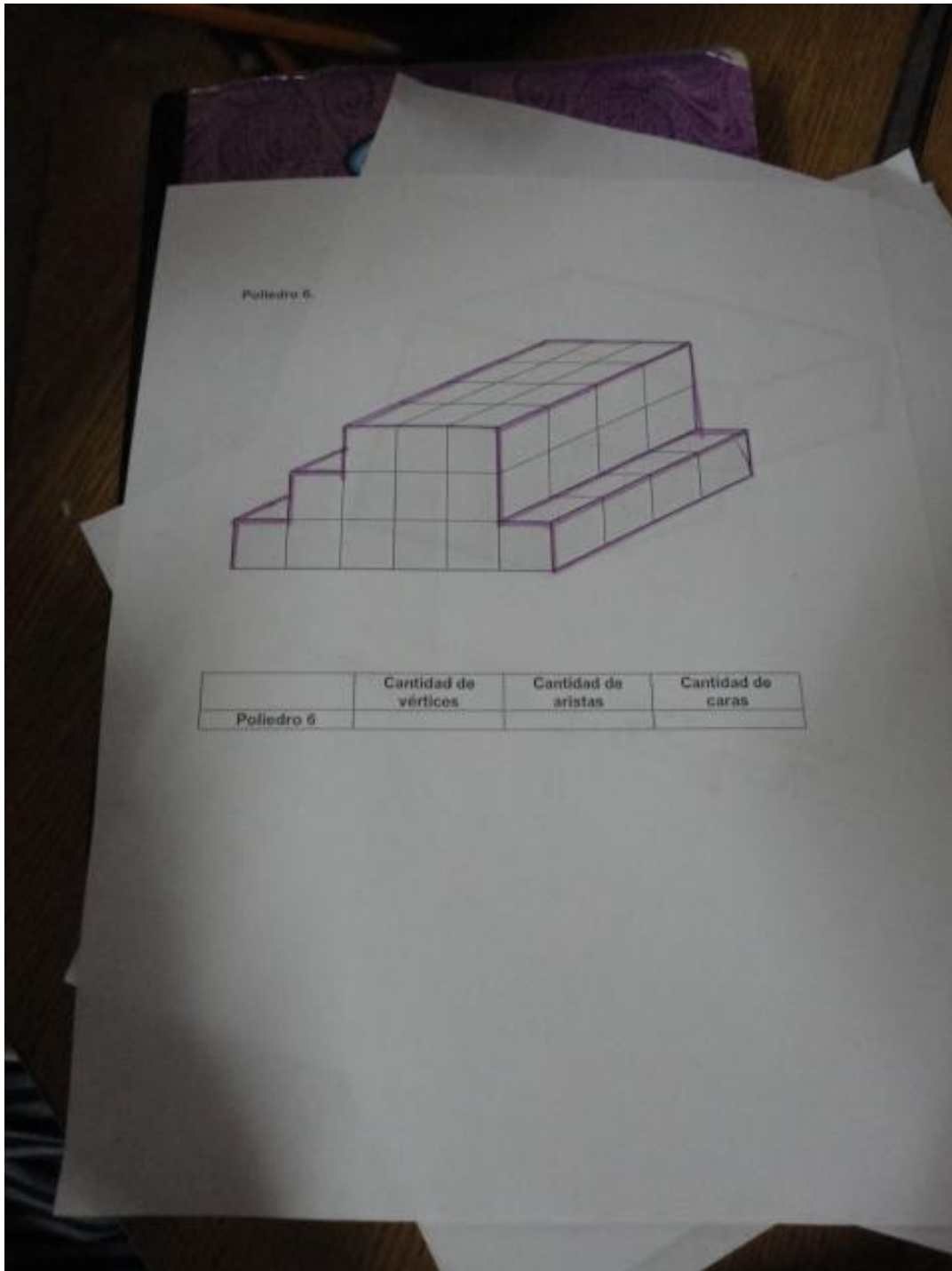


Figura 3-64: Segunda fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

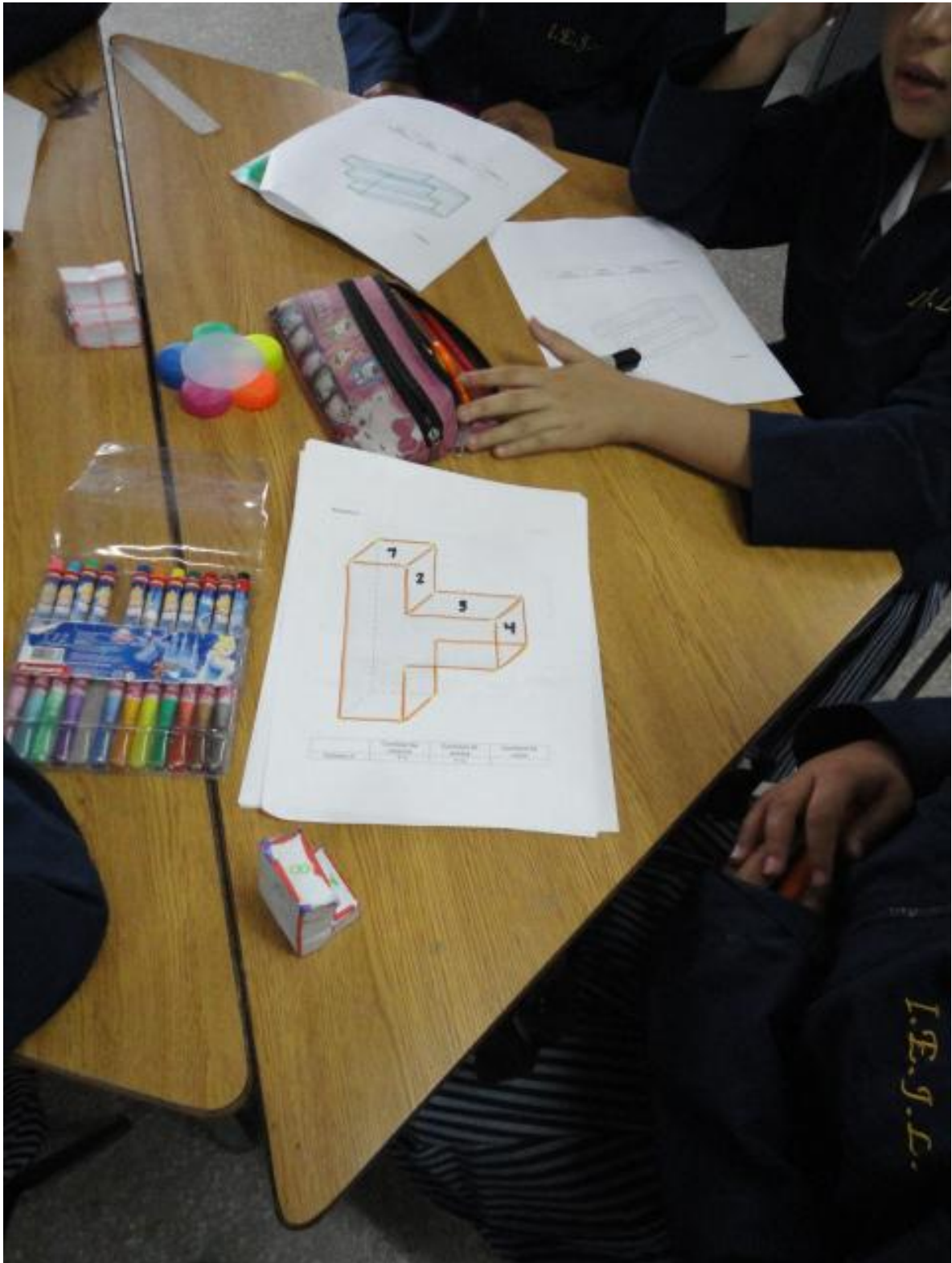


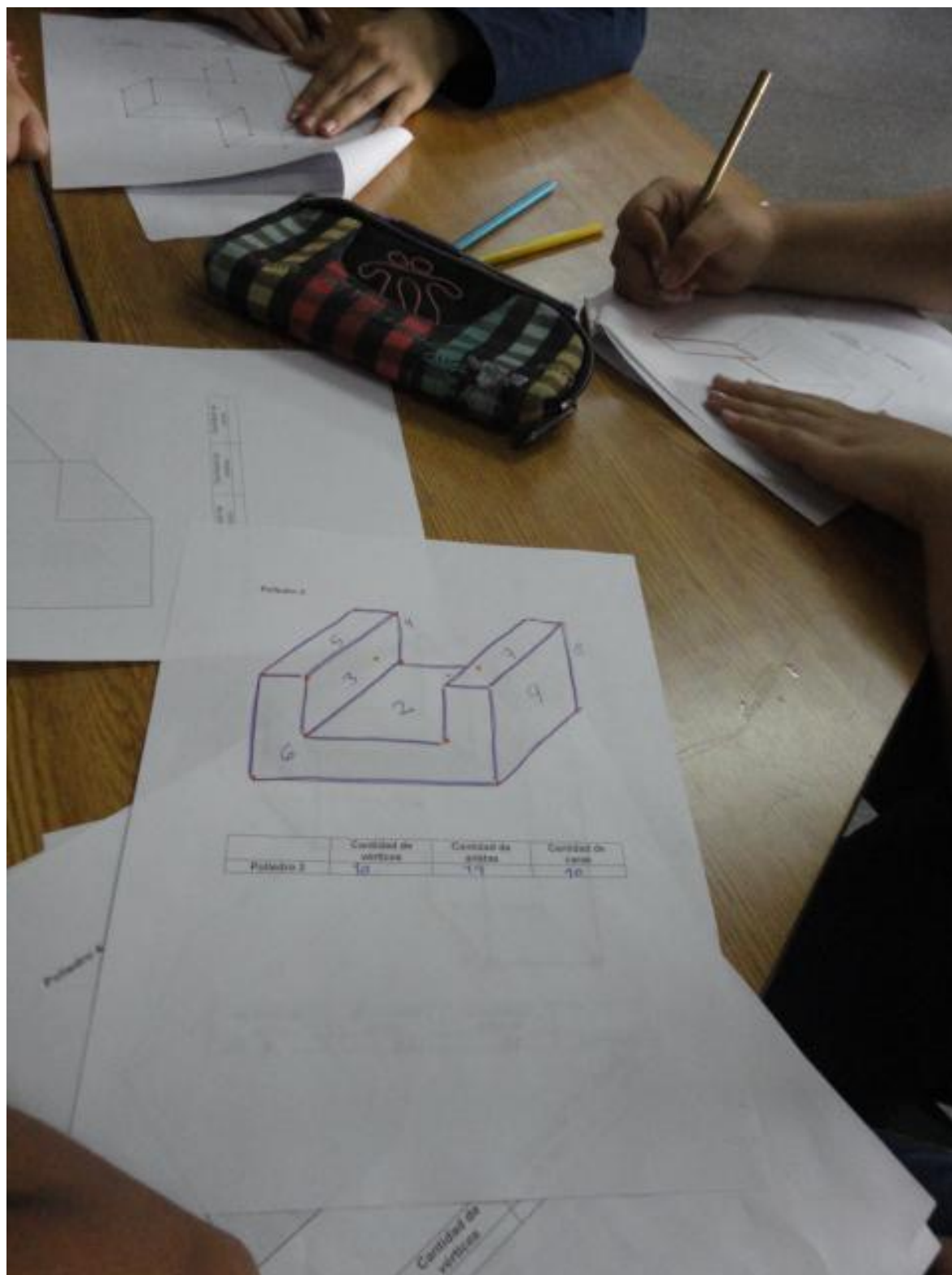
Figura 3-65: Tercera fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

Figura 3-66: Cuarta fotografía sobre representación de poliedros en el plano.



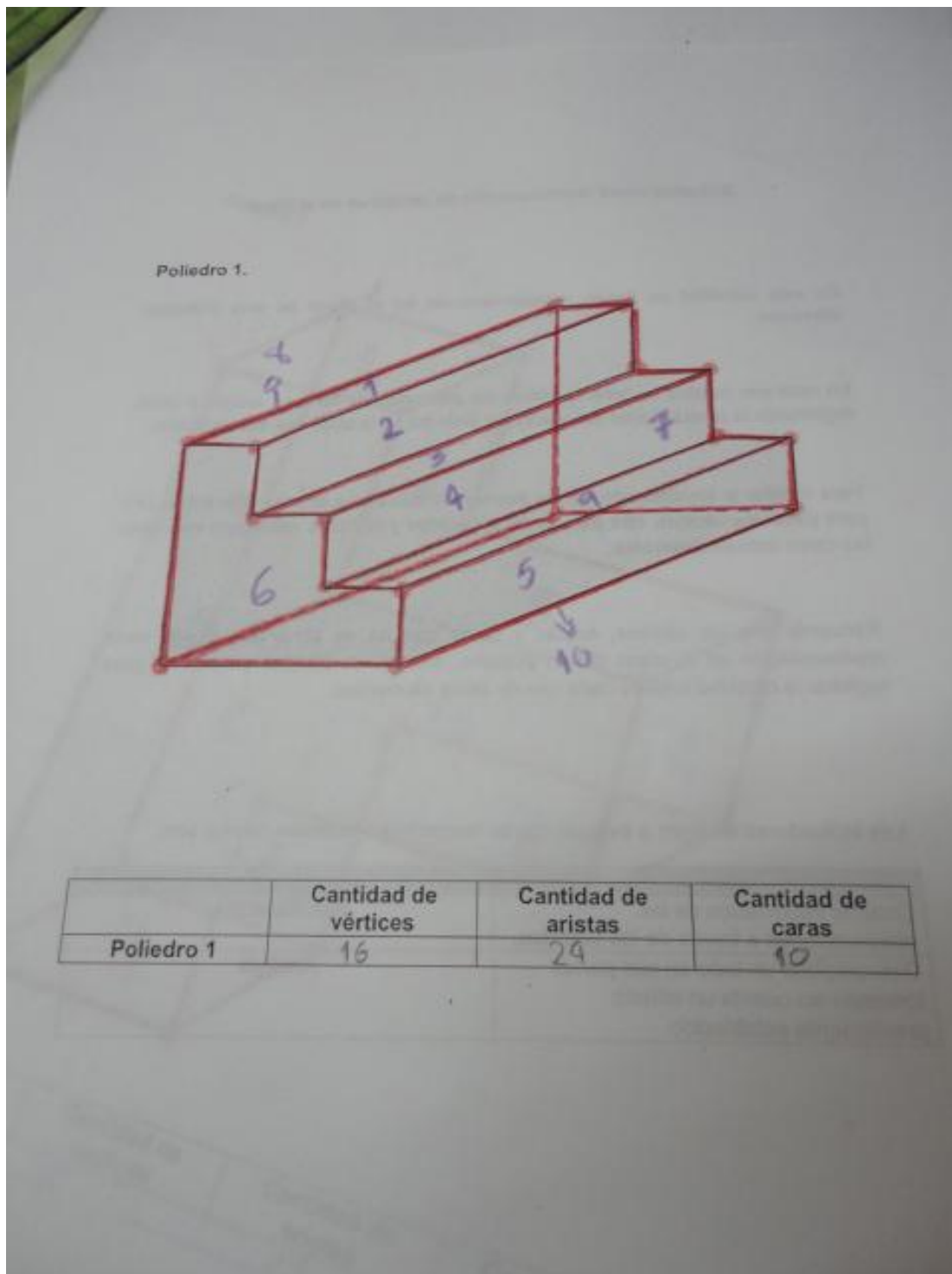
Figura 3-67: Quinta fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

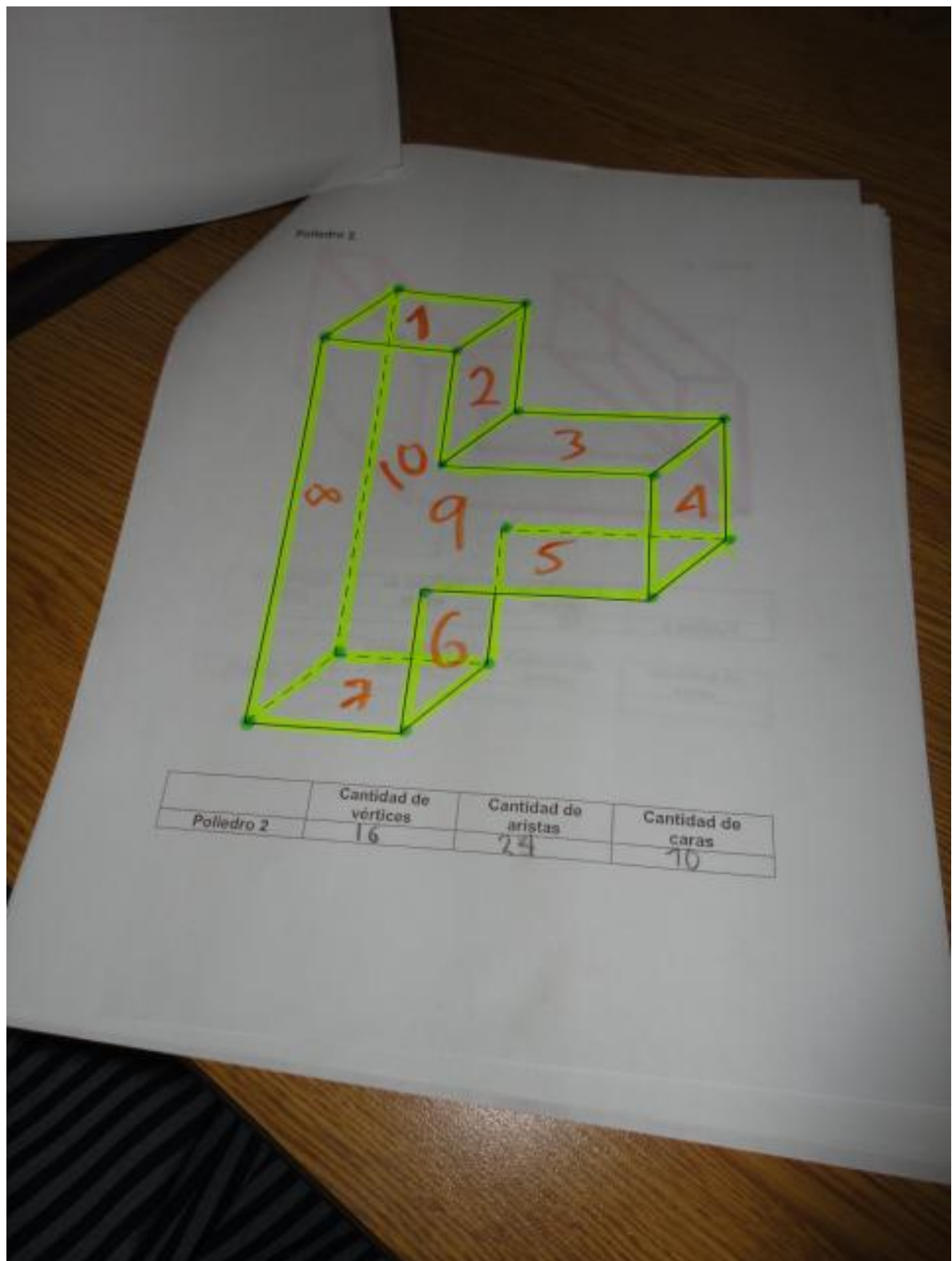
Figura 3-68: Sexta fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

Figura 3-69: Séptima fotografía sobre representación de poliedros en el plano.



Figura 3-70: Octava fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

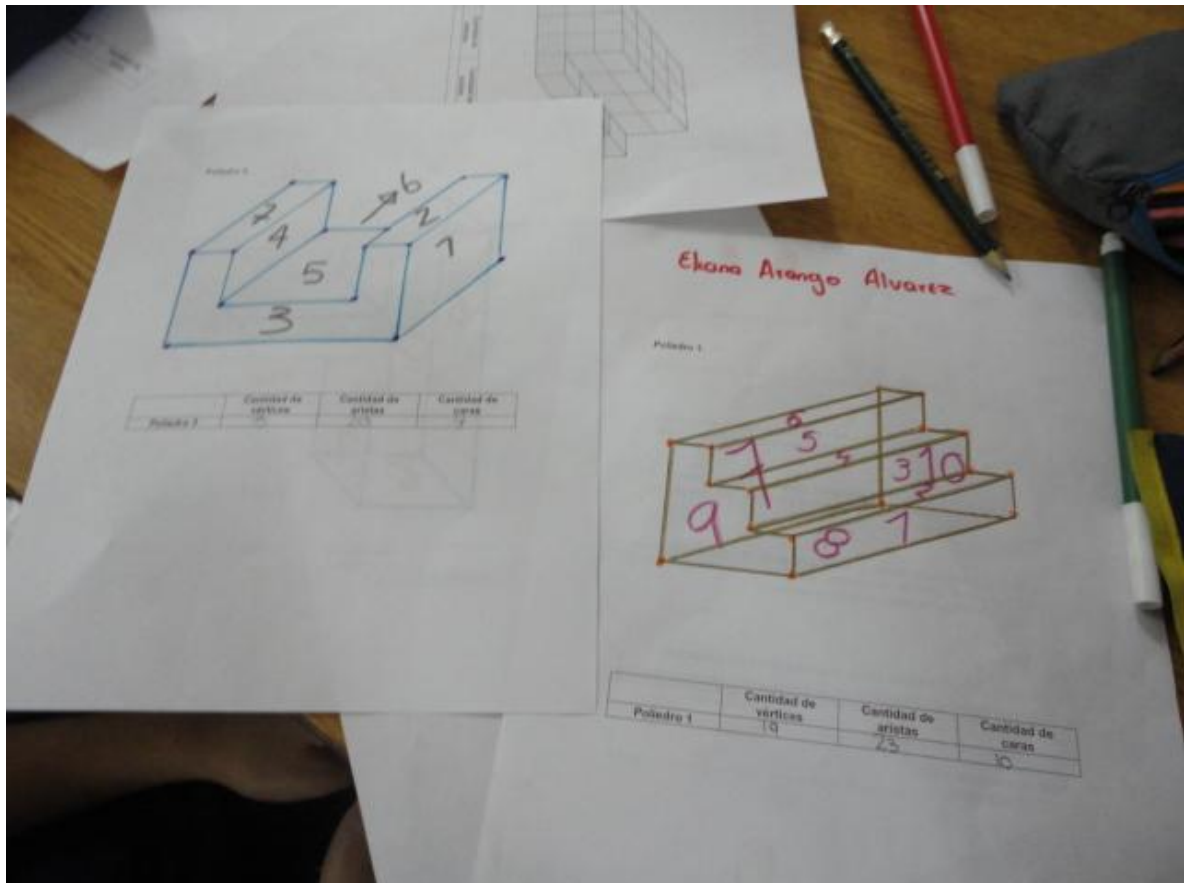


Figura 3-71: Novena fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

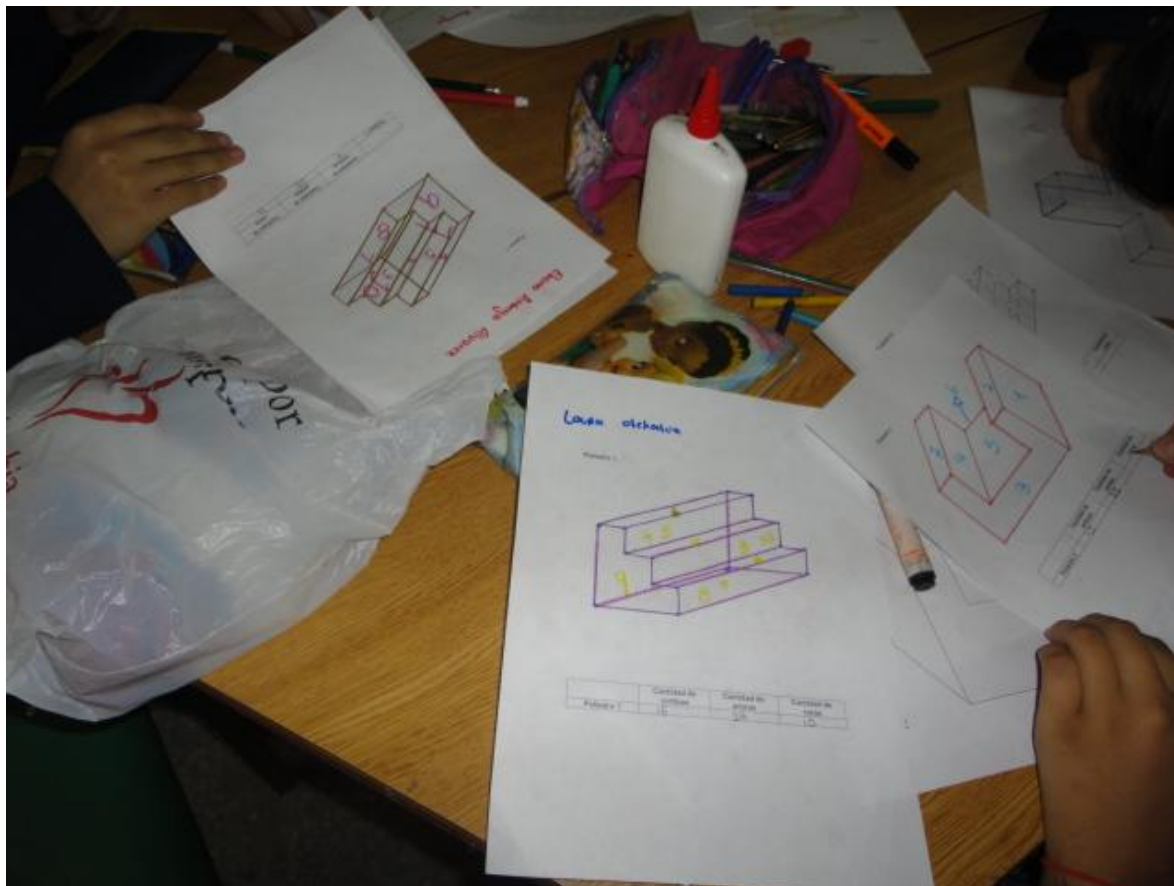


Figura 3-72: Décima fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

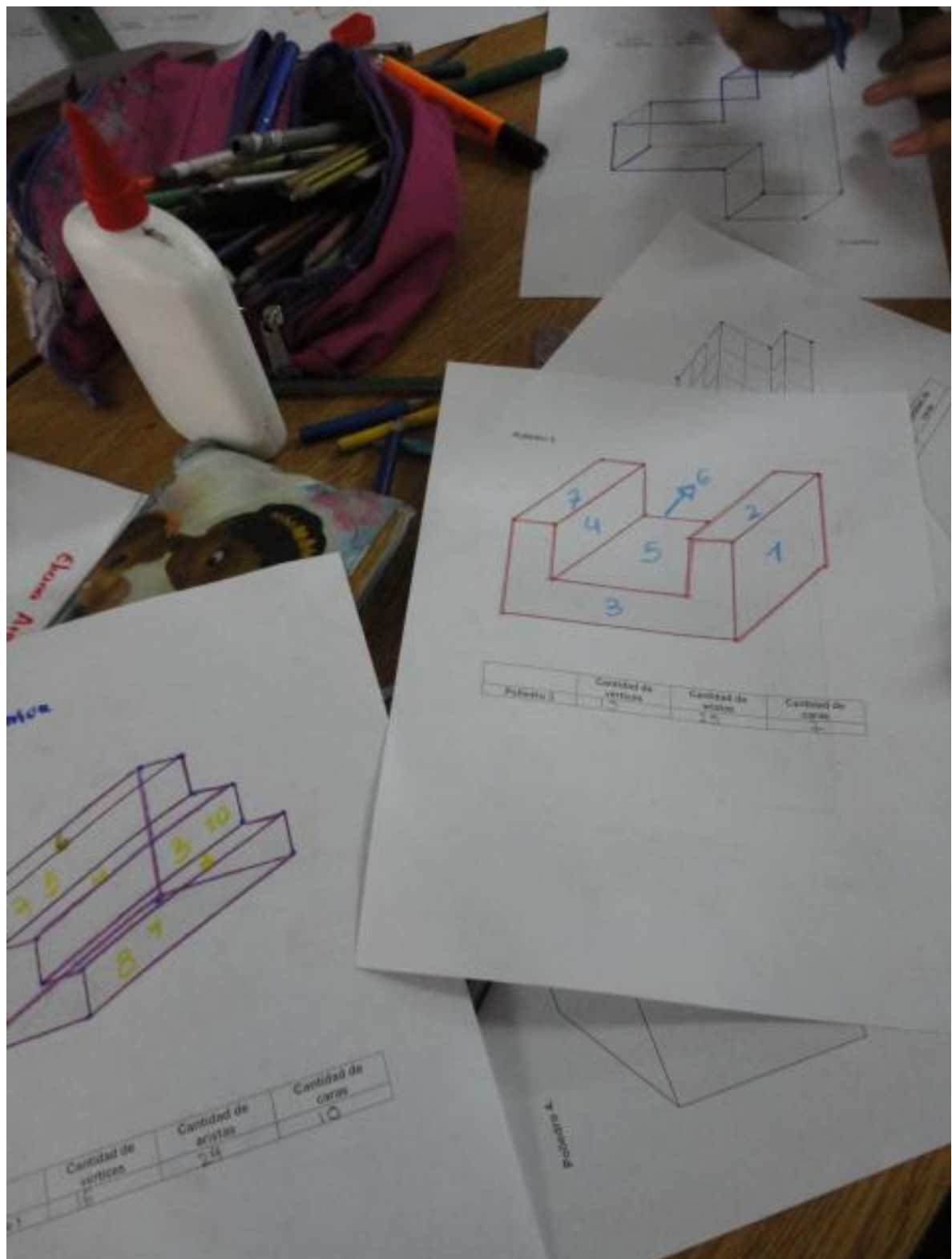


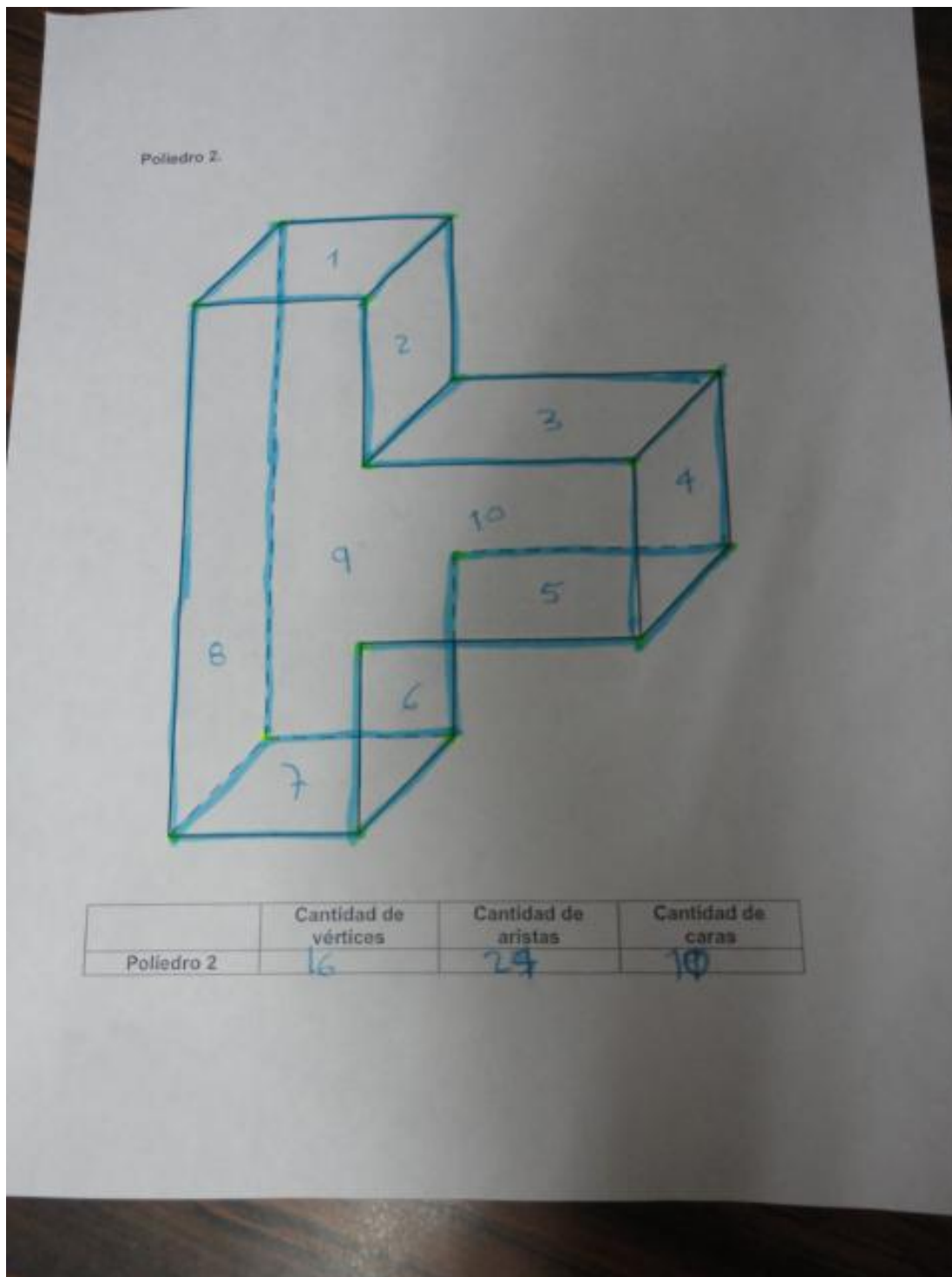
Figura 3-73: Undécima fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

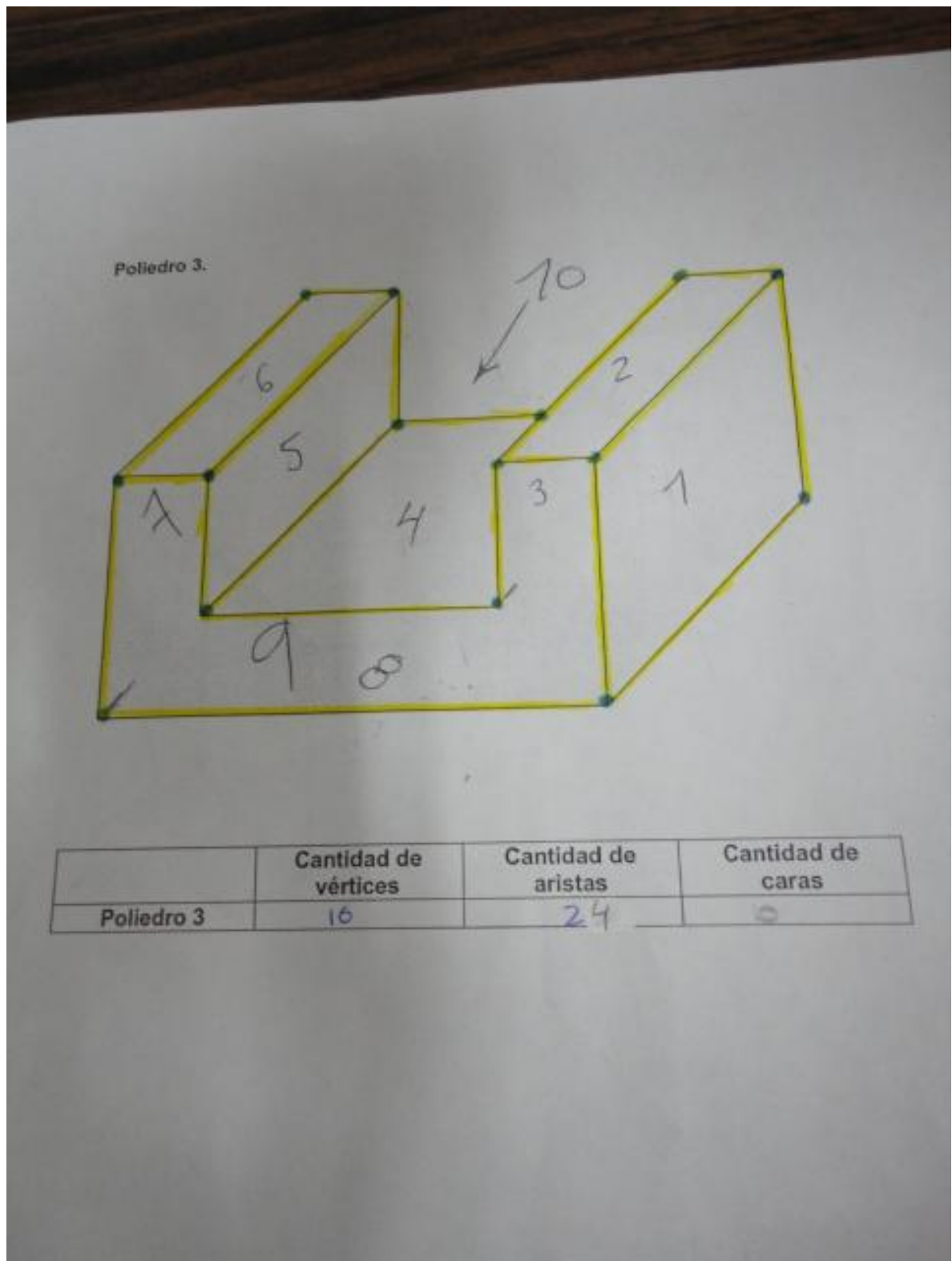
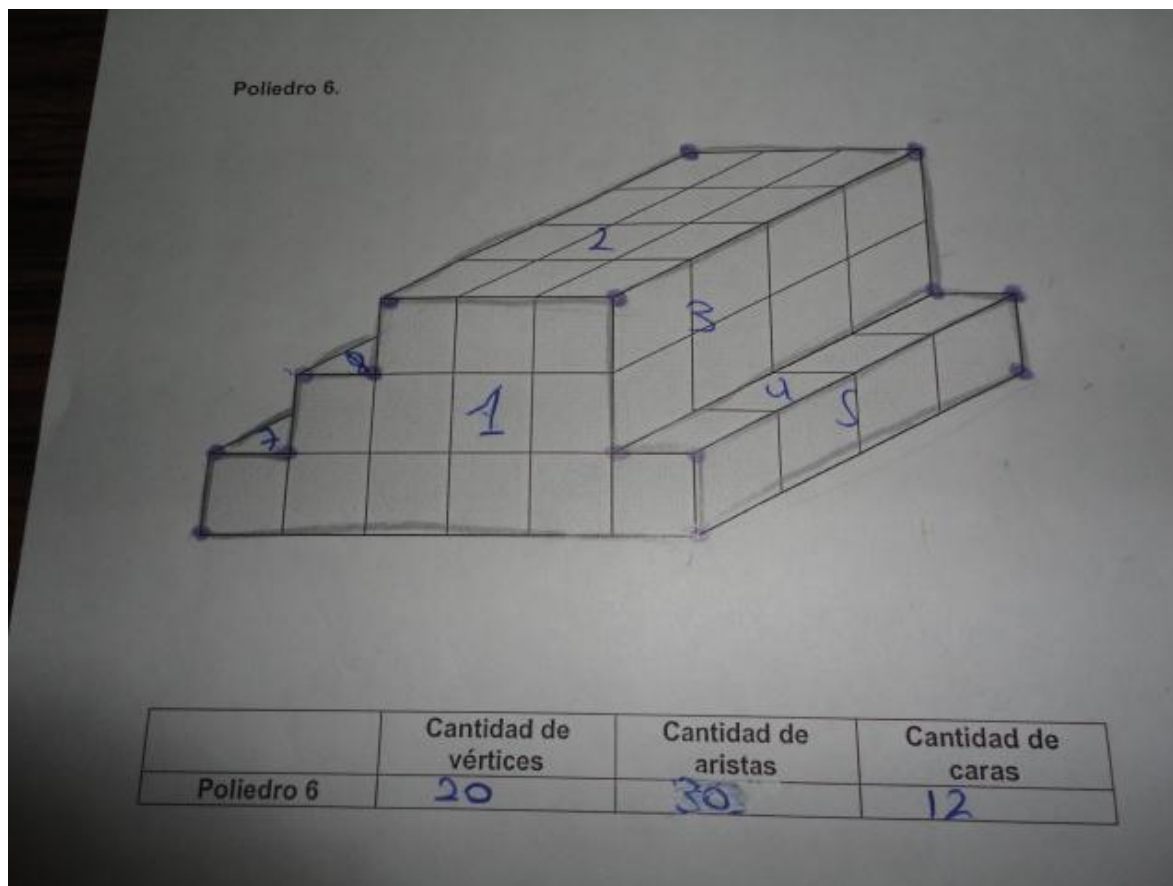
Figura 3-74: Duodécima fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

Figura 3-75: Decimotercera fotografía sobre representación de poliedros en el plano.

3.7 Prueba final

Esta prueba final es la misma prueba diagnóstico, pero con la ventaja de haber tenido las estudiantes previamente una experiencia basada en una UEPS con las actividades ya mencionadas y expuestas, buscando mejorar los resultados obtenidos al principio de la propuesta de enseñanza impartida.

La prueba también se aplicó a las mismas 228 estudiantes de los once grupos del grado sexto de la Institución Educativa Javiera Londoño, cuyo formato fue el siguiente:

Prueba final

En la siguiente prueba se presentan tres representaciones en el plano de diferentes poliedros, en los cuales se pide identificar sus elementos, tales como vértices, aristas y caras, a partir de un análisis.

Los indicadores de logro a evaluar con su respectiva operación mental son:

Tabla 3-15: Tabla de indicadores de logros y operaciones mentales para la prueba final.

Indicador de logro	Operación mental
Obtiene información de las observaciones a través de los sentidos.	Identificación
Descompone un todo en sus partes tomando en cuenta un criterio previamente establecido.	Análisis

A partir de la representación en un plano de los siguientes poliedros, determine la cantidad de vértices, aristas y caras respectivamente registrando los datos en la Tabla 3-16

Figura 3-76: Ilustración sobre diferentes poliedros.

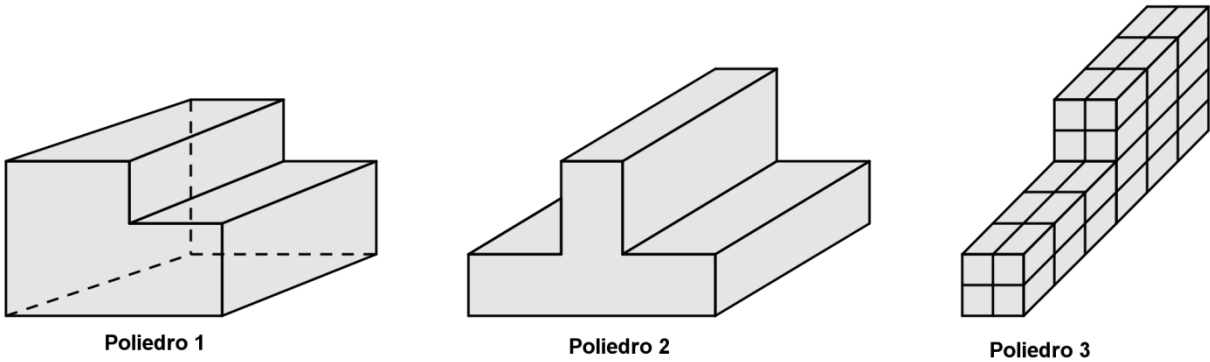


Tabla 3-16: Tabla sobre la cantidad de vértices, aristas y caras en tres poliedros diferentes.

	Cantidad de vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 1			
Poliedro 2			
Poliedro 3			

4.Resultados

En lo correspondiente a los resultados es importante mencionar que se basaron en la prueba diagnóstico y final, ya que estas se procesaron estadísticamente y permiten evidenciar la pertinencia de las actividades que se implementaron en el diseño de la UEPS.

Ambas pruebas fueron aplicadas a 228 estudiantes de los diferentes grupos del grado sexto.

A continuación se presenta una tabla correspondiente a cada prueba, que indica el número de estudiantes que acertaron en cada respuesta de la tabla que debían llenar con los datos obtenidos a partir del análisis en la identificación de los elementos correspondientes en cada poliedro planteado.

- **Prueba diagnóstico:**

Tabla 4-1: Tabla de resultados sobre la cantidad de vértices, aristas y caras en los tres poliedros diferentes de la prueba diagnóstico.

	Cantidad de Vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 1	182	92	105
Poliedro 2	30	5	23
Poliedro 3	25	7	30

- **Prueba final:**

Tabla 4-2: Tabla de resultados sobre la cantidad de vértices, aristas y caras en los tres poliedros diferentes de la prueba final.

	Cantidad de Vértices	Cantidad de aristas	Cantidad de caras
Poliedro 1	221	210	214
Poliedro 2	212	207	204
Poliedro 3	213	206	208

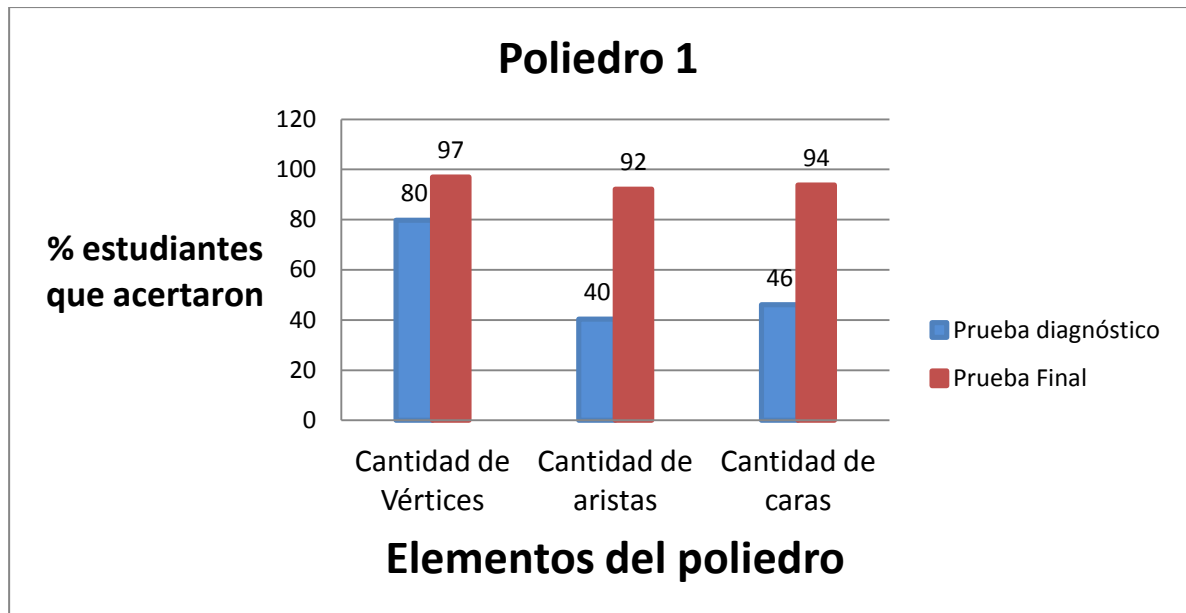
Al comparar ambas tablas es evidente la mejoría que presentaron las estudiantes al final de la propuesta implementada en el aula a partir de la UEPS:

4.1 Análisis de resultados

Para analizar los resultados se presenta las siguientes gráficas en porcentajes correspondientes a cada poliedro por separado determinando la diferencia porcentual, en el acierto que obtuvieron las estudiantes en la identificación de la cantidad de cada elemento de un poliedro, indicado por barras correspondientes a la prueba diagnóstico y final.

- Para el poliedro 1:

Figura 4-1: Gráfico de barras para los elementos del poliedro 1.

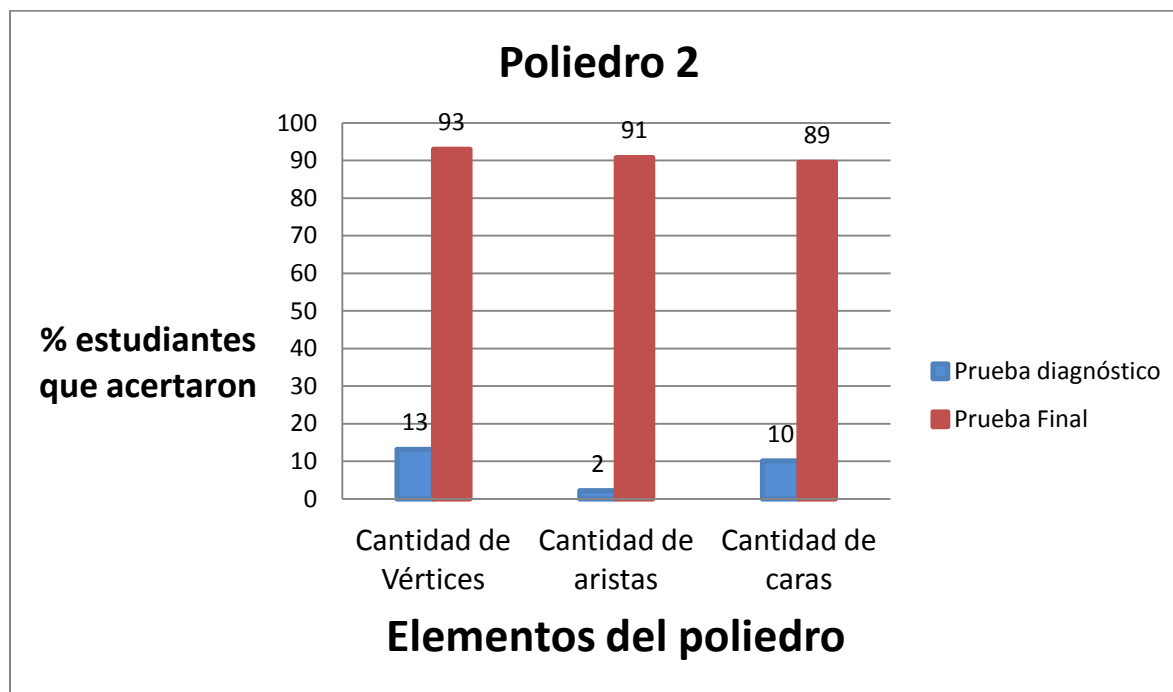


Obsérvese que para cada elemento del poliedro las diferencias porcentuales indican una mejoría, ya que entre la prueba diagnóstico y final respectivamente:

- El acierto para la cantidad de vértices aumentó en un 17%.
- El acierto en la cantidad de aristas subió un 52%.
- El acierto en la cantidad de caras mejoró en un 48%.

- Para el poliedro 2:

Figura 4-2: Gráfico de barras para los elementos del poliedro 2.

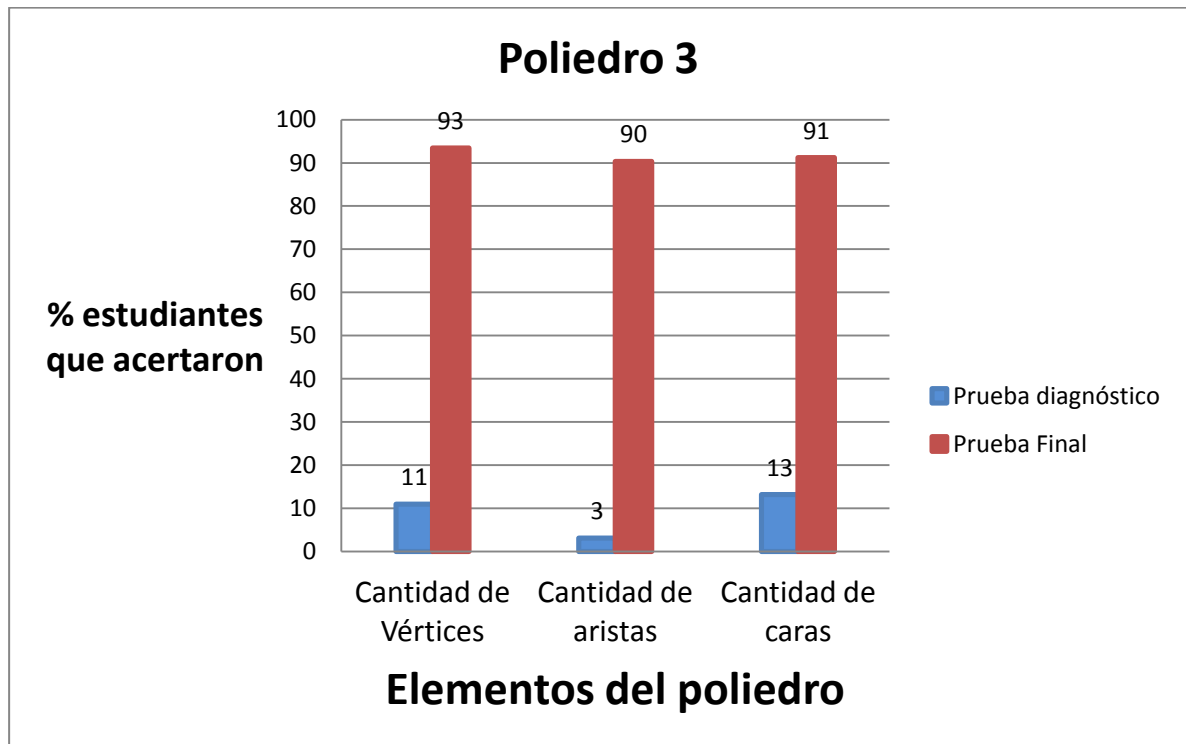


De igual manera, que en el análisis del poliedro 1, las diferencias porcentuales entre ambas pruebas muestran que:

- En la prueba final el porcentaje de estudiantes que acertaron en la cantidad de vértices aumentó en un 80%.
- El porcentaje de estudiantes que acertaron en la cantidad de aristas mejoró en un 89%, respecto a la prueba diagnóstica.
- La diferencia del porcentaje de estudiantes que acertaron la cantidad de caras entre ambas pruebas fue de 79%, mostrando mejoría en la prueba final.

- Para el poliedro 3:

Figura 4-3: Gráfico de barras para los elementos del poliedro 3.



En este poliedro también los resultados mostraron una notable mejoría entre ambas pruebas ya que:

- La cantidad de vértices en la prueba final mejoró en un 82%.
- La cantidad de aristas acertadas por los estudiantes aumentó en un 87% en la prueba final respecto a la prueba diagnóstica.
- La cantidad de caras acertadas en la prueba final mejoró en un 79% respecto a la prueba diagnóstica.

Lo que se evidencia claramente en todos los poliedros, en especial en el segundo y tercero, es una notable mejoría en el acierto de las respuestas que debían registrar las estudiantes en ambas pruebas.

5. Conclusiones y recomendaciones

De acuerdo al análisis estadístico anterior se puede realizar las siguientes conclusiones y recomendaciones.

5.1 Conclusiones

En la implementación de esta propuesta de enseñanza en el aula para el grado sexto, en la Institución Educativa Javiera Londoño se puede concluir que:

- Las actividades implementadas en el diseño de la UEPS mejoró notablemente los resultados obtenidos entre la prueba diagnóstico y final, puesto que más del 90% de las estudiantes acertaron en cada respuesta de la prueba final, algo que no se había presentado en la prueba diagnóstico.
- Más del 90% de las estudiantes mejoraron en la identificación de los elementos de un poliedro correspondiente a sus vértices, aristas y caras, tanto con material concreto como abstracto con las representaciones en el plano, al implementar la UEPS.
- Se logró implementar una estrategia de enseñanza sobre la identificación de los elementos de un poliedro en el grado sexto, de la Institución Educativa Javiera Londoño de la ciudad de Medellín, que permitiera un paso de lo concreto a lo abstracto.

5.2 Recomendaciones

Teniendo en cuenta la implementación de las TIC²⁶ en educación se hace necesario profundizar la propuesta con actividades que requieran el uso de herramientas tecnológicas donde se utilice por ejemplo el Geogebra o Polypro²⁷ u otro software relacionado, que en esta propuesta no se implementó, debido a la limitación que existe en la Institución Educativa en el aula taller de matemáticas en no tener computadores o un tablero digital para recurrir a estos recursos.

También se deja como recomendación, para futuros trabajos relacionados sobre esta propuesta, abordar otros conceptos importantes tales como:

- La clasificación de un poliedro, de acuerdo a si es cóncavo o convexo.
- Elaboración conceptual de lo que es un vértice, arista y cara, a partir de actividades donde el estudiante construya una idea de cada uno de estos elementos.
- Descubrir y aplicar la relación de Euler sobre la cantidad de vértices, aristas y caras en un poliedro.
- Abordar más poliedros donde se incluyan los sólidos platónicos en su totalidad.

Lo anterior se propone como recomendación, ya que esta propuesta se enfocó en el grado sexto como una iniciación de los conceptos básicos de la geometría espacial que pueden ser ampliados en los otros grados de la secundaria.

²⁶ TIC: Tecnologías de la información y de la comunicación.

²⁷ Software sobre poliedros.

Bibliografía

BAQUERO GUEVARA, Diana Carolina et al. Fórmula: Aritmética y geometría 7°. Santafé de Bogotá: Editorial Voluntad, 2009. 112 p.

CHIZNER RAMOS, Johann Alexander et al. Hipertexto: Matemáticas 7°. Santafé de Bogotá: Editorial Santillana, 2010. 256 p.

GÓMEZ GÓMEZ, Nilbia et al. Misión Matemática 7°: Serie de Matemáticas. Santafé de Bogotá: Educar Editores, 2009. 248 p.

GÓMEZ ROJAS, Hernando. Cómo evaluar operaciones mentales. Santafé de Bogotá: Editorial Serie Pedagógica, 1998. 241 p.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Serie lineamientos curriculares Matemáticas [en línea]. < http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf > [citado en abril 12 de 2013]. 103 p.

MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizaje significativo: teoría y práctica. Madrid: Editorial Aprendizaje Visor, 2000. 100 p.

MOREIRA, Marco Antonio. Unidades de enseñanza potencialmente significativas-UEPS [en línea]. < <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/UEPSesp.pdf> > [citado en marzo 21 de 2013]. 22 p.